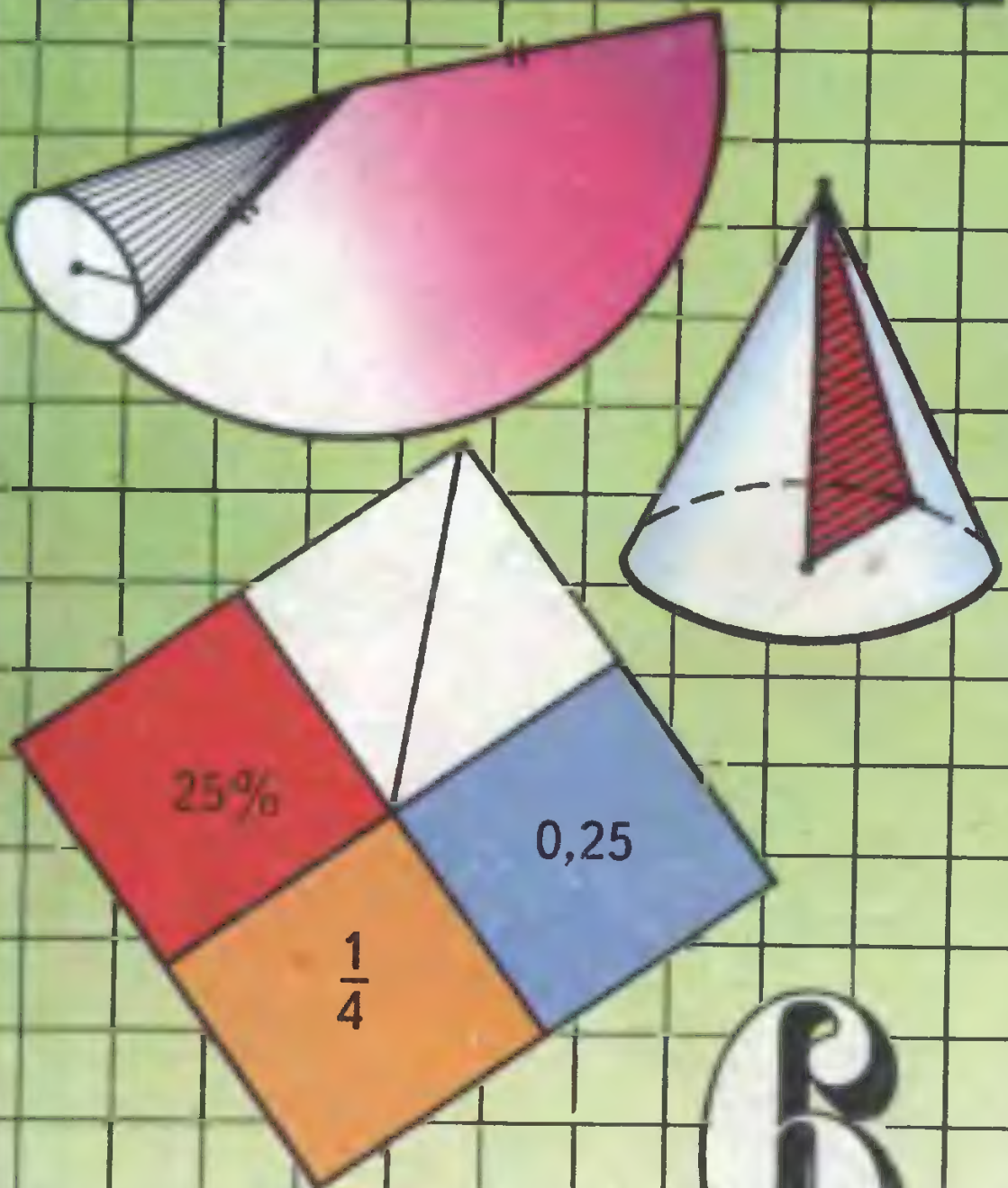
Г. Н. ЛИТВИНЕНКО
Г. М. ВОЗНЯК

# МАТЕМАТИКА




# 6

Г. Н. ЛИТВИНЕНКО
Г. М. ВОЗНЯК

# МАТЕМАТИКА

ПРОБНЫЙ УЧЕБНИК
ДЛЯ 6 КЛАССА
СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

*Допущено Министерством образования Украины*

Перевод с украинского

КИЕВ «ОСВІТА» 1996

ББК 22.1я721
Л64

Переведено по изданию:

ЛИТВИНЕНКО Г. М., ВОЗНЯК Г. М.: Математика· Проб. підруч. для 6 кл. серед. шк.— Доп. М-вом освіти України.— К.: Освіта, 1995.— 287 с.

Л $\frac{4306020500-070}{210-96}$

ISBN 5-330-03152-4
ISBN 5-330-03008-0 (укр.)

© Г. М. Литвиненко,
Г. М. Возняк, 1995
© Переклад, «Освіта», 1996

# ВСТУПЛЕНИЕ

Юные друзья! Изучение математики требует большого труда, ведь нельзя научиться решать задачи и примеры, только наблюдая, как это делают другие. Нужно самому ежедневно и много трудиться над математикой. И только тогда она принесет и пользу, и большую радость, радость от преодоления трудностей, радость познания.

Известный украинский педагог В. А. Сухомлинский (1918—1970) писал, что ребенок, который никогда не познал радости в учебе, не пережил гордости от этого, не убедился; что трудности можно побороть — это несчастный человек. Так давайте же будем переживать радость в учебе, гордость за свои успехи. Что для этого нужно? Необходимо иметь желание и настойчивость в изучении, а эта книга пусть поможет вам достичь в жизни успеха.

Как работать с учебником? Книга состоит из двух глав, каждая из которых делится на параграфы, а те, в свою очередь — на пункты, обозначенные двумя числами, разделенными точкой. Например, 2.3 обозначает третий пункт второго параграфа. Каждый параграф содержит теоретический материал, после которого приведены вопросы для самопроверки и повторения, а в конце помещены задачи и упражнения к каждому пункту. Среди них есть задачи со звездочками — занимательные, задачи на сообразительность или просто более сложные, чем предусмотренные программой. Это для

тех, кто интересуется математикой и хочет больше знать, они не обязательны для всех.

В книге помещены также тексты письменных работ для самопроверки, в двух вариантах каждая. Задачи, обозначенные значком ° — задачи обязательные, остальные — повышенного уровня сложности. Решив задания из этих работ, вы увидите, как усвоили материал учебника.

Искренне желаем вам успеха!

*Авторы*

*ГЛАВА I*

# ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

## 1. ПРОЦЕНТЫ

### 1.1. ПОНЯТИЕ О ПРОЦЕНТАХ

Выполняя практические расчеты, используют различные числа и формы записи чисел и величин. Например, можно сказать $\frac{1}{2}$ м, или 0,5 м, или полметра; 0,01 м называют сантиметром, 10 см — дециметром, 1000 г — килограммом, 1000 кг — тонной. Специальное название имеет одна сотая величины или числа: одна сотая называется *процентом* и обозначается специальным значком %. Записывается это так:

$$\frac{1}{100} = 0{,}01 = 1\ \%.$$

Слово процент латинского происхождения и имеет корень «цент», что значит «сто». Вместе с предлогом «pro» (pro centum) — это слово обозначает «за сотню». В Древнем Риме процентами назывались деньги, которые платил должник заимодателю «за каждую сотню» заема.

Исходя из определения, имеем:

$$2\ \% = 0{,}02 = \frac{2}{100} = \frac{1}{50};$$

$$7\ \% = 0{,}07 = \frac{7}{100};$$

$$10\ \% = 0{,}10 = \frac{10}{100} = \frac{1}{10};$$

$$5\ \% = 0{,}05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20};$$

$$20\ \% = 0{,}20 = \frac{20}{100} = \frac{1}{5};$$

$50\,\% = 0{,}50 = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$;

$60\,\% = 0{,}60 = 0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$;

$75\,\% = 0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.

## 1.2. НАХОЖДЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ ОТ ДАННОГО ЧИСЛА

**Задача.** Из сахарной свеклы при переработке получают 16 % сахара. Сколько сахара получат из 300 ц свеклы?

**Решение.** Чтобы решить задачу, нужно найти 16 % от 300. Поскольку 16 % это 0,16, то задача решается по правилу нахождения дроби от данного числа, а именно:

16 % от 300, или 0,16 числа 300 составляет:

$$300 \cdot 0{,}16 = 48. \quad \left(300 \cdot \frac{16}{100} = \frac{300 \cdot 16}{100} = 48\right).$$

Эту задачу можно решить иначе.

Найдем сначала 1 %, или $\frac{1}{100}$ от 300:

$$300 : 100 = 3 \text{ (ц)}.$$

Чтобы найти 16 %, нужно выполнить умножение:

$$3 \cdot 16 = 48 \text{ (ц)}.$$

Решение задачи можно записать в виде числового выражения:

$$(300 : 100) \cdot 16 = \frac{300}{100} \cdot 16 = 48.$$

**Ответ.** 48 ц.

## 1.3. НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ПРОЦЕНТУ

**Задача.** Из сахарной свеклы при переработке получают 16 % сахара. Сколько нужно взять свеклы, чтобы получить 48 ц сахара?

**Рассмотрите разные способы решения этой задачи.**

**Первый способ.** Из сахарной свеклы получают 16 % сахара, то есть 48 ц составляют 0,16 от всей сахарной свеклы. Имеем задачу на нахождение числа по его дроби, то есть:

$$48:0{,}16=4800:16=300 \text{ (ц)}.$$

**Второй способ.** Поскольку 48 ц сахара составляют 16 %, то на один процент приходится: $48:16=3$ (ц). Вся сахарная свекла составляет 100 %, поэтому ее нужно взять: $3\cdot 100=300$ (ц).

Решение задачи запишем в виде числового выражения:

$$\frac{48}{16}\cdot 100=300 \text{ (ц)}.$$

**Третий способ.** Пусть $x$ — количество сахарной свеклы, из которой можно получить 16 % сахара. Тогда $\frac{x}{100}\cdot 16$ — количество сахара, полученного из всей сахарной свеклы. В задаче сказано, что всего получили 48 ц сахара, следовательно:

$$\frac{x}{100}\cdot 16=48.$$

Решим это уравнение:

$$\frac{x}{100}=48:16,$$

$$x=(48:16)\cdot 100,$$

$$x=300.$$

Как вы думаете, какой способ решения задачи более удобный? Почему? Сравните условия и способы решения этой задачи с условием и способами решения задачи из пункта 1.2.

## 1.4. НАХОЖДЕНИЕ ПРОЦЕНТНОГО ОТНОШЕНИЯ ДВУХ ЧИСЕЛ

**Задача 1.** Из 300 ц сахарной свеклы получили 48 ц сахара. Какой процент составляет сахар от всей массы свеклы?

Рассмотрите способы решения этой задачи.

Первый способ. Найдем, какую часть составляет число 48 (масса сахара) от числа 300 (масса сахарной свеклы):

$$48:300=\frac{48}{300}=\frac{16}{100}=0{,}16.$$

Преобразуем 0,16 в проценты: $0{,}16=16\ \%$.

Второй способ. Поскольку 300 ц составляют 100 %, то один процент равен: $300:100=3$ (ц). Если 3 ц составляют 1 %, то 48 ц составляют: $48:3=16$ (%).

Третий способ. Пусть 48 ц сахара составляют $x$ %. Поскольку на 300 ц приходится 100 %, а на 48 ц — $x$ %, то 1 % будет составлять:

$$\frac{300}{100} \text{ или } \frac{48}{x}.$$

Отсюда

$$\frac{300}{100}=\frac{48}{x}.$$

Решим это уравнение:

$$\frac{48}{x}=3,$$

$$x=48:3=16\ (\%).$$

Как вы думаете, какой способ решения задачи более удобный? Почему? Сравните условие этой задачи и способы ее решения с условиями и способами решения задач из пунктов 1.2 и 1.3.

Рассмотрите решения задач 2 и 3.

**Задача 2.** Из 50 зерен овса взошло 48. Какой процент всхожести семян?

**Решение.** Определим, сколько процентов составляет одно зернышко: $100:50=2$ (%).

Чтобы определить, сколько процентов составляют 48 зерен, нужно выполнить умножение: $2\cdot 48=96$ (%).

**Ответ.** 96 %.

**Задача 3.** Из 325 кг муки получили 429 кг хлеба. Какой процент составляет припек?

**Решение.** Масса припека составляет: $429-325=104$ (кг). Теперь находим процент припека: $104:325=\frac{104}{325}=0{,}32=32$ %.

**Ответ.** 32 %.

Решите задачи другими способами.

**Задача 4.** В 5-А классе учится 25 учащихся, из которых четверо учатся на «5», двенадцать — на «4», семеро — на «3» и двое не успевают. В 5-Б классе 20 учащихся. Из них четверо учатся на «5», десять — на «4», пятеро — на «3» и один не успевает. Сравните успеваемость учащихся обоих классов.

**Решение.** Первый способ. На «5» учится одинаковое количество учащихся, но в 5-А классе больше учащихся, чем в 5-Б. На «4» учатся в первом классе 12 учащихся, а во втором 10. Но 12 учащихся — это меньше половины от 25 учащихся, а 10 составляет половину учащихся 5-Б класса. Очевидно, так мы не сможем

*Таблица 1*

| Классы | Всего | | Из них учатся | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | учащихся | в % | на «5» | | на «4» | | на «3» | | не успевают | |
| | | | учащихся | в % | учащихся | в % | учащихся | в % | учащихся | в % |
| 5-А | 25 | 100 | 4 | 16 | 12 | 48 | 7 | 28 | 2 | 8,0 |
| 5-Б | 20 | 100 | 4 | 20 | 10 | 50 | 5 | 25 | 1 | 5,0 |

сравнить, да и текст и цифры в нем воспринимаются трудно. Воспользуемся таблицей (табл. 1), введя процентное отношение.

Из таблицы видно, что успеваемость учащихся 5-Б класса выше успеваемости учащихся 5-А класса.

**Второй способ.** Построим по данным задачи и таблицы 1 столбчатую диаграмму успеваемости учащихся 5-А и 5-Б классов (рис. 1). Из диаграммы еще лучше видно, в каком из классов успеваемость выше.

В пятом классе, кроме столбчатых, вы строили секторные, или круговые диаграммы. Построим, например, секторную (круговую) диаграмму распределения учащихся 5-Б класса по успеваемости. Для этого начертим круг произвольного радиуса, который, как известно, содержит 360°. Тогда 1 % будет составлять 3,6°; соответственно: 20 % = 72°, 50 % = 180°, 25 % = 90° и 5 % = 18°. С помощью транспортира построим секторную, или круговую диаграмму (рис. 2). Для 5-А класса постройте круговую диаграмму самостоятельно.

Такие диаграммы вы можете встретить в периодической печати и в другой литературе, если нужно

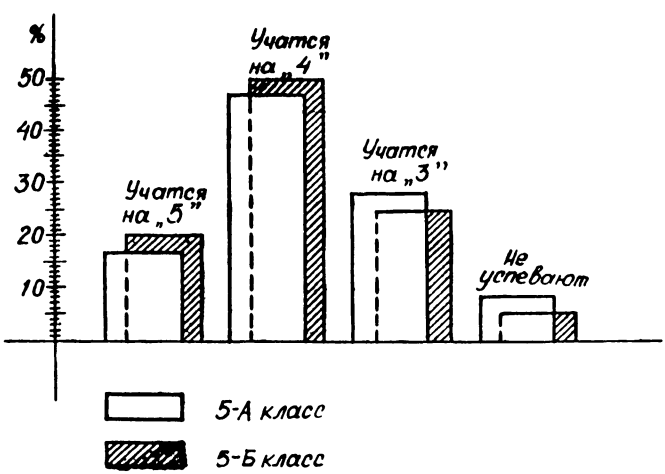



Рис. 1

сравнить между собой какие-то величины.

Мы видим, что процентное отношение чисел облегчает сравнение разных величин. Его часто используют в экономике, технике и других сферах деятельности человека.

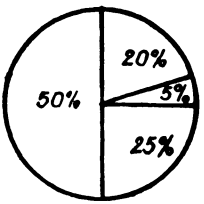


Рис. 2

**Вопросы для самопроверки и повторения**

1. Что называется процентом?
2. Какие дроби связаны с процентами?
3. Как выразить в процентах десятичную дробь?
4. Как выразить проценты в виде дробей?
5. Как найти процент от данного числа?
6. Как найти число по его проценту?
7. Как построить прямоугольную (столбчатую) диаграмму?
8. Как построить круговую (секторную) диаграмму?

## *ЗАДА́ЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 1.1

**1.** Запишите в виде обыкновенной и десятичной дробей: 6 %, 17 %, 21 %, 70 %, 98 %, 99 %, 100 %, 101 %, 125 %, 150 %, 200 %, 250 %, 300 %.

**2.** Запишите в процентах:

а) $\frac{1}{100}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{43}{100}$;

б) $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{10}$;

в) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$;

г) $\frac{1}{20}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{19}{20}$;

д) $\frac{1}{25}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{14}{25}$, $\frac{20}{25}$, $\frac{26}{25}$.

е) $\frac{1}{50}$, $\frac{7}{50}$, $\frac{28}{50}$, $\frac{49}{50}$, $\frac{51}{50}$.

**3.** Запишите проценты в виде дробей:

а) 1 %, 13 %, 91 %, 103 %, 175 %, 225 %, 275 %, 325 %, 400 %;

б) 20 %, 25 %, 35 %, 50 %, 60 %, 65 %, 75 %, 100 %, 101 %.

**4.** Запишите в виде обыкновенной и десятичной дробей: 12,5 %, 33,3 %, 6,25 %, 37,5 %, 31,25 %, 112,5 %, 206,25 %.

**5.** Выразите в процентах:

а) $\frac{7}{200}$, $\frac{12}{300}$, $\frac{45}{200}$, $\frac{456}{200}$, $\frac{508}{400}$, $\frac{28}{300}$, 6,7, 0,543, 1,005;

б) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{75}{82}$, $\frac{245}{156}$, $\frac{321}{350}$, 1,234, 0,3425.

**6.** Что больше:

| | |
|---|---|
| 0,3 или 3 %; | 0,03 или 3 %; |
| 0,33 или 3 %; | 0,033 или 3 %; |
| 2,1 или 21 %; | 2,1 или 21 %; |
| $\frac{2}{10}$ или 20%; | $\frac{2}{10}$ или 2 %? |

**7.** Найдите: 4 % от 200 крб., 4 % от 50 крб.

## К пункту 1.2

**8.** Начертите квадрат со стороной 5 см и покажите на рисунке 1 % квадрата, 2 % квадрата, 7 % квадрата. Найдите площадь 4 % квадрата, 8 % квадрата, 10 % квадрата, 20 % квадрата, 25 % квадрата, 50 % квадрата.

**9.** Сберегательный банк выплачивает 80 % годовых. Сколько выплатил банк вкладчику за год, если вклад составлял 100 тыс. крб., 200 тыс. крб., 5 млн. крб., 10 млн. крб.?

**10.** Сколько сухой ромашки получится из 50 кг свежей, если она во время сушки теряет 84 % своей массы?

**11.** Липовый цвет во время сушки теряет 74 % своей массы. Сколько сухого липового цвета получится из 50 кг свежего?

**12.** Тело морского окуня содержит 5,8 % жиров. Сколько жиров содержится в окунях общей массой 15 кг?

**13.** Из свежих вишен после сушки получается 15 % сушеных. Сколько сушеных вишен получится из 150 кг свежих вишен?

**14.** Найдите:

а) 8 % от 1250 крб.;
б) 4,5 % от 3,6 т;
в) 14 % от 180 км;
г) 0,5 % от 25 л;
д) 10 % от 12 800 крб.;
е) 7 % от 9,8 т;
ж) 15 % от 540 кг;
з) 12,5 % от 640 км;
и) 30 % от 48 с;
й) 60 % от 860 га;
к) 8,5 % от 90 куб. м;
л) 6,5 % от 84 га.

**15.** Яблоко антоновка содержит 10,7 % сахара. Сколько сахара будет в 25 кг этих яблок?

**16.** Составьте задачу на нахождение процентов от данного числа. Решите ее.

**17.** Из двух городов, расстояние между которыми 280 км, выехали одновременно навстречу друг другу легковой и грузовой автомобили. Скорость легкового автомобиля 80 км/час, а скорость грузового составляет 75 % скорости легкового. Через сколько часов автомобили встретятся?

**18.** Из двух сел, расстояние между которыми 70 км, выехали навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость одного из них 20 км/час, а скорость второго составляет 75 % скорости первого. Через сколько часов велосипедисты встретятся?

**19.** После того как 51 станок заменили новыми, те, что остались, составляли 83 % от их первоначального количества. Сколько еще станков нужно заменить на заводе?

**20.** В книге 240 страниц. В субботу мальчик прочитал 7,5 % всей книги, а в воскресенье — на 12 страниц больше. Сколько страниц осталось ему прочесть?

**21.** Первое число 60. Второе число составляет 80 % первого, а третье 50 % суммы первого и второго. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

**22.** В пятых классах школы 80 учащихся. Из них отличники составляют 21,25 %. В шестых классах 90 учащихся. Отличники составляют 20 %. В каких классах больше отличников?

**23.** Магазин продал в первый день 25 % полотна, во второй — 30 % оставшегося, а в третий — 40 % того, что осталось во второй день. Сколько процентов полотна осталось в магазине (от первоначального количества)?

Решите задачу, если в рулоне было 1000 м, 600 м, 400 м, $x$ м полотна. Запишите решение в виде числового выражения. Сделайте вывод.

**24*.** Как изменится площадь прямоугольника, если одну его сторону увеличить на 20 %, а другую уменьшить на 20 %?

**25.** Увеличьте число 800 на 40 %.

**26.** Уменьшите число 800 на 20 %.

**27.** Увеличьте число 1000 на 20 %, а потом полученное число уменьшите на 20 %.

**28.** Как изменится число, если его сначала увеличить на несколько процентов, а затем уменьшить на столько же процентов?

### К пункту 1.3

**29.** Найдите число, если: а) 8 % его равно 40; б) 8 % его равно 4.

**30.** Из нефти получают 30 % керосина. Сколько нужно взять нефти, чтобы получить 64,8 т керосина?

**31.** Школьники сдали в аптеку 12 кг сушеной малины. Сколько килограммов свежих ягод они собрали, если после сушки масса малины уменьшилась на 75 %?

**32.** Учащиеся школы сдали в аптеку 10 кг черники. Сколько килограммов свежих ягод они собрали, если после сушки масса черники уменьшилась на 80 %?

**33.** Из ржи получают 75 % муки. Сколько ржи нужно смолоть, чтобы получить 50 кг муки?

**34.** Из пшеницы получают 80 % муки. Сколько пшеницы нужно смолоть, чтобы получить 50 кг муки?

**35.** Тело щуки содержит 4,5 % жиров. Сколько нужно взять рыбы, чтобы получить 1,8 кг жиров?

**36.** При изготовлении пюре из слив 28 % массы идет в отходы. Сколько нужно слив, чтобы получить 3,6 т пюре?

**37.** При изготовлении пюре из вишен 18 % массы идет в отходы. Сколько нужно вишен, чтобы получить 4,1 т пюре?

**38.** Составьте задачу на нахождение числа по его проценту. Решите ее.

**39.** Свежие грибы содержат 90 % воды, а сушеные — 12 %. Сколько сушеных грибов выйдет из 20 кг свежих?

**40.** Масса сливок составляет 21 % массы молока, масло составляет 23 % массы сливок. Сколько нужно взять молока, чтобы получить 7 кг масла?

**41.** На заводе 75 % общего количества работающих — мужчины. Женщин на заводе 216. На сколько женщин меньше, чем мужчин?

**42.** Тупой угол разделили на три части. Один из образовавшихся углов составляет 40 % тупого угла, второй — 20 % первого угла, а третий угол равен 78°. Найдите тупой угол.

**43.** Бригада косарей в первый день скосила половину луга и еще 2 га, во второй день — 25 % оставшейся части и остальные 6 га. Найдите площадь луга.

**44.** Влажность травы 80 %, а сена — 17 %. Сколько выйдет сена из 1 т травы?

### К пункту 1.4

**45.** Сколько процентов данного числа составляет число, равное данному?

**46.** Сколько процентов данного числа составляет число, равное удвоенному (утроенному) данному?

**47.** Сколько процентов данного числа составляет число:

а) в 5 раз больше данного числа?

б) в 7 раз больше данного числа?

в) в 2 раза меньше данного числа?

г) в 1,5 раза меньше данного числа?

**48.** Сколько процентов от 1 часа составляют 45 минут?

**49.** Во сколько раз увеличится число, если его увеличить на 100 %?

**50.** Число увеличили на 50 %. Во сколько раз увеличилось число?

**51.** Число увеличили на 200 %. Во сколько раз увеличилось число?

**52.** Во сколько раз увеличится число от увеличения его на 25 %?

**53.** На сколько процентов увеличится число при его увеличении: в 2 раза? в 1,5 раза? в 1,4 раза?

**54.** Во сколько раз уменьшится число от уменьшения его на: а) 50 %? б) 80 %? в) 75 %? г) 60 %?

**55.** На сколько процентов уменьшится число от уменьшения его: в 2 раза? в 4 раза? в 1,5 раза?

**56.** Сколько процентов от 15 т составляют 3 т? 5 ц? 420 кг? 450 кг?

**57.** Сколько процентов от 215 км составляют 43 км? 430 км? 215 км?

**58.** Из 30 учеников класса 8 учатся по всем дисциплинам на «отлично». Сколько процентов всех учащихся составляют в классе отличники?

**59.** Определите процент соли в растворе, если в 300 г раствора содержится 15 г соли.

**60.** Найдите процент содержания жиров в теле лосося, если в 150 кг его содержится 22,8 кг жиров.

**61.** Из 200 посеянных горошин взошло 170. Какой процент всхожести гороха?

**62.** Сколько процентов всех учащихся составляют отличники в вашем классе?

**63.** Составьте задачу на нахождение процентного отношения двух чисел. Решите ее.

**64.** В числе 4150 отбросили нуль. Сколько процентов составляет новое число от данного? На сколько процентов новое число меньше данного?

**65.** Число 0,857 округлите до десятых частей и вычислите, на сколько процентов новое число больше данного.

**66.** Записывая число 4067, пропустили цифру 0. Найдите: сколько процентов составляет данное число от записанного; на сколько процентов новое число меньше данного?

**67.** По результатам переписи населения в 1989 г. в Украине проживало 34,3 млн. человек городского населения и 17,2 млн. сельского. В то же самое время в России проживало в городах 95,4 млн. человек, а в сельской местности 42,2 млн. человек. В Литве соответственно 2,1 млн. и 1,3 млн. человек. Сравните в процентах количество городских и сельских жителей в названных странах.

**68*.** Первое число составляет 60 % второго. Сколько процентов первого числа составляет второе число?

**69*.** После первого усовершенствования производительность станка увеличилась на 10 %, а после второго — еще на 10 %. На сколько процентов возросла производительность станка в результате двух усовершенствований?

*Таблица 2*

| Месяцы | Январь | | Февраль | | Март | | Всего | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Продукция | к-во | в % | к-во | в % | к-во | в % | к-во | в % |
| Стулья | 560 | | 600 | 100 % | 520 | | | |
| Столы | 300 | 100 % | 325 | | 290 | | | |
| Тумбочки | 240 | 100 % | 300 | | 225 | | | |

**70***. На сколько процентов изменится площадь прямоугольника с измерениями 30 м и 20 м, если большую сторону увеличить на 10 %, а меньшую уменьшить на 10 %?

**71.** Заполните таблицу 2 количества продукции, выпущенной цехом мебельной фабрики в первом квартале года. Вычисления выполните с помощью калькулятора с точностью до 0,1 %.

**72.** Заполните таблицу 3 результатов письменной контрольной работы по математике учащихся шестого класса.

*Таблица 3*

| Характеристика класса | Написали работу на: | | | | Вместе |
|---|---|---|---|---|---|
| | «5» | «4» | «3» | «2» | |
| Количество учащихся | 6 | 14 | 7 | 3 | |
| В % | | | | | |
| Процент успеваемости | | | | | |

**73.** Определите процент успеваемости по математике своего класса, процент учащихся, которые учатся на «5», на «4», на «3», на «2».

**74.** Определите в процентах количество мальчиков и девочек в своем классе.

**75.** Определите процент всхожести зерен, высеянных на опытном участке, по таблице 4. Вычисления выполните с точностью до 0,1 %.

**76.** Найдите расстояние от своего дома до школы и до тех мест, куда приходится часто ходить или ездить. Изобразите эти расстояния на бумаге в виде линейной диаграммы.

*Таблица 4*

| Количество зерен | Название зерновых культур | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | горох | пшеница | рожь | гречиха | просо | рис |
| Посеяно | 200 | 400 | 400 | 400 | 500 | 500 |
| Взошло | 180 | 370 | 360 | 375 | 456 | 460 |
| % | | | | | | |

**77.** Постройте столбчатую и круговую диаграммы распределения поверхности Мирового океана между четырьмя океанами, пользуясь данными таблицы 5.

*Таблица 5*

| Название океана | Площадь, млн. кв. км |
|---|---|
| Тихий | 179,7 |
| Атлантический | 93,4 |
| Индийский | 74,9 |
| Северный Ледовитый | 13,0 |
| Мировой океан | 361,0 |

**78.** Врачи рекомендуют дневную норму пищи распределять так: первый завтрак — 25 %, второй — 15 %, обед — 45 % и ужин — 15 %. Постройте прямоугольную и круговую диаграммы распределения дневной нормы питания.

**79.** На одном поле под кукурузу занято 100 га, под подсолнечник — 200 га, под гречиху — 300 га и под пшеницу — 400 га. Изобразите это на круговой диаграмме.

**80.** Заполните таблицу 6 населения в Украине и постройте по этим данным круговую диаграмму.

*Таблица 6*

| Национальности | Количество населения, млн. чел. | Количество населения, % |
|---|---|---|
| Украинцы | 37,42 | |
| Русские | 11,35 | |
| Другие национальности | 2,69 | |
| Всего | | |

Вычисления выполните с помощью калькулятора с точностью до 0,1 %.

**81.** Заполните таблицу 7 и постройте прямоугольную и круговую диаграммы распределения населения в Автономной Республике Крым. Вычисления выполните с точностью до 0,1 %.

*Таблица 7*

| Национальности | Количество населения, млн. чел. | Количество населения, % |
|---|---|---|
| Русские | 1,63 | |
| Украинцы | 0,63 | |
| Крымские татары | 0,20 | |
| Другие национальности | 0,12 | |
| Всего | | |

**82.** Заполните таблицу 8 и постройте круговую диаграмму распределения населения Тернопольской области. Вычисления выполните с точностью до 0,1 %.

**83.** Заполните таблицу 9 и постройте круговую диаграмму распределения населения Закарпатской области. Вычисления выполните с точностью до единицы.

*Таблица 8*

| Национальности | Количество населения, млн. чел. | Количество населения, % |
|---|---|---|
| Украинцы | 1,126 | |
| Русские | 0,026 | |
| Другие национальности | 0,012 | |
| Всего | | |

*Таблица 9*

| Национальности | Количество населения, млн. чел. | Количество населения, % |
|---|---|---|
| Украинцы | 0,978 | |
| Венгры | 0,156 | |
| Русские | 0,049 | |
| Румыны | 0,029 | |
| Другие национальности | | |
| Всего | 1,247 | |

## РАЗНЫЕ ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТНЫЕ РАСЧЕТЫ

**84.** Только что добытый из шахты уголь содержит 2 % воды, после двухдневного пребывания на воздухе он уже содержит 12 % воды. На сколько увеличится масса 2560 т угля, добытого в шахте?

**85.** Мясо при варке теряет 35 % своей массы. Сколько нужно взять сырого мяса, чтобы получить 4,61 кг вареного?

**86.** Для изготовления бетона берут ведро цемента, 2 ведра песка и 6 ведер щебня. Найдите процентное содержание составных частей бетона. Вычислите с точностью до 1 %.

**87.** Из 0,9 т руды выплавили 136,8 кг меди. Какой процент меди содержится в руде?

**88.** Сколько досок нужно, чтобы настелить пол в комнате длиной 6,26 м и шириной 5,6 м, если длина доски 6 м и ширина 0,25 м? Обрезки и другие потери составляют в среднем 4 %.

**89.** Яма с прямыми стенками глубиной 2,5 м, длиной 8,5 м и шириной 3,4 м заполнена до 70 % объема гашеной известью. Определите объем извести.

**90.** Кооператив получил 3 вагона картофеля по 15,9 т в каждом. Через определенное время выяснилось, что картофель весит 47,54 т. Определите процент потерь (с точностью до 0,1 %).

**91.** Руда содержит 67 % железа. Сколько руды нужно, чтобы получить 4 т железа?

**92.** Литейный чугун содержит 3,5 % углерода, 1,5 % кремния, 1 % марганца, 0,4 % фосфора и 0,01 % серы. Определите в килограммах содержание этих элементов в 2 т литейного чугуна.

**93.** С одного гектара земли собрали 40 ц пшеницы. Выход муки после помола пшеницы составляет 90 %, при выпекании хлеба получают припек 40 % массы муки. Сколько хлеба получат из пшеницы, собранной с 10 га?

**94.** Длина Днепра — 2285 км, Десны — 1126 км, Днестра — 1362 км, Южного Буга — 857 км, Северского Донца — 1053 км. Приняв длину реки Десны за 100 %, выразите в процентах длину каждой из других рек (с точностью до 0,1).

**95.** В 1991 г. население Киева составляло 2,64 млн. человек, Днепропетровска — 1,2 млн. человек, Донецка — 1,12 млн. человек, Харькова — 1,62 млн. человек, Одессы — 1,1 млн. человек, Львова — 0,8 млн. человек, Тернополя — 0,22 млн. человек, Ужгорода —

0,12 млн. человек. Приняв численность населения Львова за 100 %, выразите в процентах численность населения каждого из других городов.

**96*.** В какую сумму превратятся 4000 крб., дающие 90 % годовых, через год; через 9 месяцев; через 3 года?

**97*.** В банк, который платит 80 % годовых, положили 6000 крб. В какую сумму превратится этот вклад через 4 месяца; через 8 месяцев; через 4 года?

**98.** Сколько нужно засыпать картофеля, чтобы иметь 31 т (с точностью до 0,1 кг), если потери картофеля при хранении не превысят 0,25 %?

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 1

I вариант

**1°.** Запишите в виде обыкновенной и десятичной дробей: 7 %; 29 %; 103 %; 170 %.

**2°.** Запишите в процентах: $\frac{4}{100}$; $\frac{5}{10}$; 0,48; 1,45.

**3°.** Из 4 задач, которые нужно было решить, ученик решил 3. На сколько процентов ученик выполнил задание?

**4°.** Сберегательный банк выплачивает 80 % годовых. Какую прибыль будет иметь вкладчик в конце года, если вклад составляет 16 000 крб.?

**5°.** Из хлопка выходит 24 % волокна. Сколько нужно взять хлопка, чтобы получить 4,8 т волокна?

**6.** Сберегательный банк выплачивает 20 % годовых. Сколько денег будет иметь вкладчик через год, если вклад составляет 18 700 крб.?

**7.** При варке мясо теряет около 35 % своей массы. Сколько нужно взять сырого мяса, чтобы иметь 32,5 кг вареного?

**8.** Кооператив закупил 45,8 т картофеля. Через некоторое время выяснилось, что картофеля стало 45,5 т. Определите процент усушки (с точностью до 0,1 %).

II вариант

1°. Запишите в виде обыкновенной и десятичной дробей: 9 %; 30 %; 104 %; 180 %.

2°. Запишите в процентах: 1,28; 1,2; $\frac{43}{100}$; $\frac{3}{10}$.

3°. Из 400 зерен пшеницы взошло 360. Определите процент всхожести семян.

4°. Из картофеля выходит 20 % крахмала. Сколько крахмала выйдет из 45 т картофеля?

5°. Руда содержит 67 % железа. Сколько нужно руды для получения 13,4 т железа?

6°. Сберегательный банк выплачивает 20 % годовых. Сколько денег будет иметь вкладчик через год, если вклад составляет 24 300 крб.?

7. При сушке яблоки теряют 84 % своей массы. Сколько нужно взять свежих яблок, чтобы приготовить 20 кг сушеных?

8. Из 4,5 т муки получили 5,94 т хлеба. Найдите процент припека.

## 2. ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ. МНОГОГРАННИКИ

### 2.1. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ

Вспомните определение острого, прямого, тупого и развернутого углов.

Постройте прямой, острый и тупой углы. Какой из этих углов наибольший (наименьший)? Сколько градусов содержит прямой угол?

**Задача 1.** Две прямые $AB$ и $CD$, пересекающиеся в точке $O$, образуют угол $DOB$, равный 40°. Определите величину каждого угла.

Решение. Пусть $AB$ и $CD$ — данные прямые, а $\angle DOB = 40°$ (рис. 3). $\angle AOB = 180°$, как развернутый; $\angle AOD$ — смежный с углом $DOB$, поэтому $\angle AOD = \angle AOB - \angle DOB$, то есть $\angle AOD = 180° - 40° = 140°$. $\angle AOC = \angle DOB = 40°$ (как вертикальные), аналогично $\angle COB = \angle AOD = 140°$.

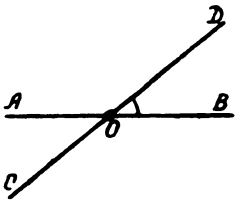



Рис. 3

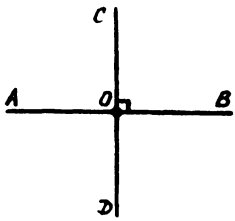



Рис. 4

**Задача 2.** Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, прямой. Чему равны остальные углы?

Р е ш е н и е. Пусть $AB$ и $CD$ — данные прямые (рис. 4). $\angle BOC = 90°$ по условию задачи, $\angle AOB = 180°$, как развернутый. Таким образом, $\angle AOC = \angle AOB - \angle BOC = 180° - 90° = 90°$. Аналогично можно определить, что $\angle AOD = \angle BOD = 90°$.

О т в е т. $\angle AOC = \angle COB = \angle AOD = \angle BOD = 90°$.

Если возьмем лист бумаги, перегнем его пополам, потом еще раз перегнем пополам, расправим лист и рассмотрим линии сгиба, то увидим, что они пересекаются под прямым углом. Очевидно, что *прямой угол равен половине развернутого.*

Две прямые, которые при пересечении образуют прямой угол, называются *перпендикулярными.* Прямые $AB$ и $CD$ на рисунке 4 перпендикулярны. Сокращенно пишут: $AB \perp CD$. Эту запись читают так: «Прямая $AB$ перпендикулярна прямой $CD$». Очевидно, если $AB \perp CD$, то и $CD \perp AB$.

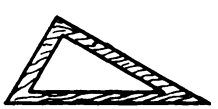


Рис. 5

Для построения перпендикулярных прямых используют *чертежный угольник* (рис. 5) или *транспортир.*

Отрезки, лежащие на перпендикулярных прямых, называются *перпендикулярными отрезками* (рис. 6).

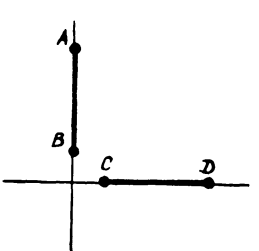



Рис. 6

## 2.2. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

**Задача 1.** Рассмотрите рисунок 7. Пересекаются ли прямые *AB* и *CD*, *KE* и *MP*? Вы помните, что прямые считаются неограниченно продленными в обоих направлениях.

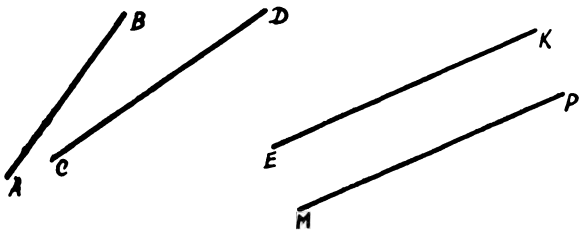



Рис. 7

**Задача 2.** Найдите в классной комнате пересекающиеся прямые и прямые, которые не пересекаются. На рисунках 8—9 изображены пары прямых. Если помнить, что прямые считаются неограниченно продленными в обе стороны, то пары прямых, изображенные на рисунках 8—9, имеют существенные признаки: один класс — пересекающиеся прямые, другой класс — не пересекающиеся прямые.

Следовательно, *различные прямые, лежащие в одной плоскости, или не пересекаются, или пересекаются только в одной точке.*

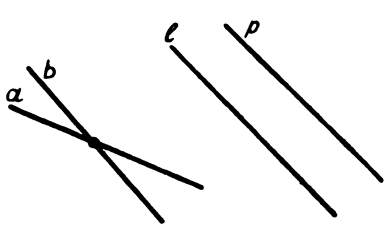



Рис. 8

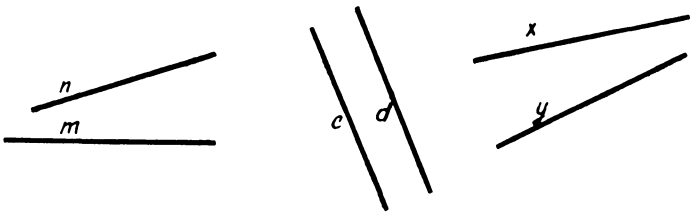



Рис. 9

Две прямые, лежащие в одной плоскости и не пересекающиеся, называются *параллельными*. Параллельность прямых обозначают значком $\parallel$. Запись $a \parallel b$ читают так: «Прямая $a$ параллельна прямой $b$».

**Задача 3.** Начертите несколько прямых, образующих с данной горизонтальной прямой прямые углы.

**Задача 4.** Начертите несколько прямых, образующих с данной вертикальной прямой прямые углы.

**Задача 5.** Прямые $a$ и $b$ перпендикулярны прямой $c$. Сделайте рисунок. Параллельны ли прямые $a$ и $b$?

*Если две прямые, лежащие в одной плоскости, перпендикулярны третьей прямой, то они параллельны.*

Это утверждение будет обосновано позже, а пока запомним его так.

Из рисунков к задачам 3—5 вы видите, что с помощью чертежного угольника и линейки можно через любую точку $M$ провести прямую $a$, параллельную прямой $b$. *Через точку плоскости можно провести прямую, параллельную данной прямой.*

**Задача 6.** Начертите прямоугольник. Будут ли попарно параллельны стороны прямоугольника? Почему?

Следовательно, *две прямые на плоскости могут иметь одну общую точку, тогда они пересекаются, или не иметь ни одной, тогда они параллельны.* Возможен и еще один случай. Рассмотрите его, если прямые имеют две общие точки. В этом случае говорят, что прямые *совпадают*.

## 2.3. ВИДЫ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

**Задача 1.** Постройте произвольный четырехугольник $ABCD$. Назовите его противолежащие стороны и углы.

**Задача 2.** Постройте четырехугольник $ABCD$, у которого противолежащие стороны параллельны, то есть лежат на параллельных прямых.

**Задача 3.** Постройте четырехугольник, у которого две противолежащие стороны параллельны, а две — не параллельны.

Рассмотрите четырехугольники, изображенные на рисунках 10—12. Четырехугольник на рисунке 10 имеет две пары параллельных сторон: $AB \| CD$, $BC \| AD$. Четырехугольник на рисунке 11 имеет одну пару параллельных сторон: $BC \| AD$. У четырехугольника на рисунке 12 нет параллельных сторон.

*Четырехугольник, у которого противолежащие стороны попарно параллельны, называется параллелограммом.*

Очевидно, что параллельные стороны параллелограмма лежат на параллельных прямых.

*Четырехугольник, у которого только две противолежащие стороны параллельны, называется трапецией.*

Параллельные стороны трапеции называются ее *основаниями*, две другие стороны — *боковыми сторонами*.

Отрезок, соединяющий противолежащие вершины четырехугольника, называется *диагональю*. Назовите диагонали четырехугольников, изображенных на рисунке 13.

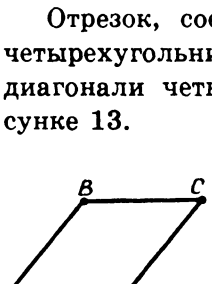



Рис. 10

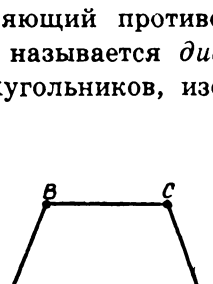



Рис. 11

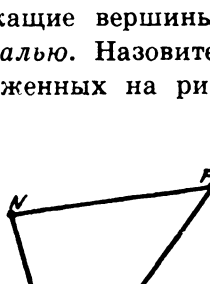



Рис. 12

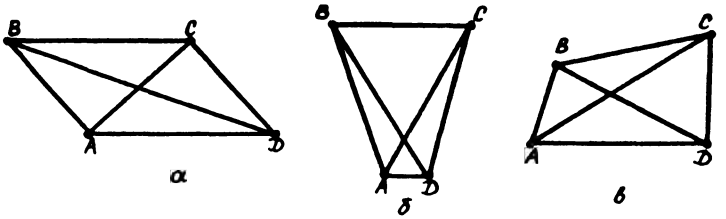



Рис. 13

Отрезок, перпендикулярный противолежащим сторонам параллелограмма, называется его *высотой* (рис. 14). Отрезок, перпендикулярный основаниям трапеции, называется ее *высотой* (рис. 15).

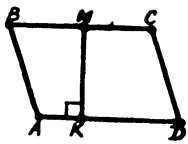



Рис. 14

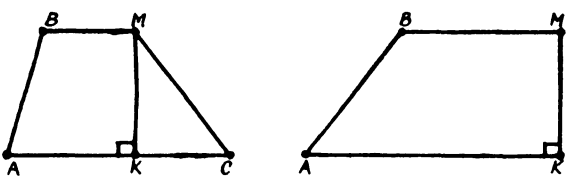



Рис. 15

## 2.4. ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА И ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Вычислить площадь треугольника или параллелограмма — это значит найти, сколько квадратных единиц содержится в данной фигуре. В пятом классе мы находили площадь прямоугольника по формуле $S=ab$, где $a$ и $b$ — стороны прямоугольника, и площадь треугольника по формуле $S=\frac{1}{2}ah$, где $a$ — длина одной из сторон, и $h$ — высота этого треугольника, проведенная к стороне $a$.

Чтобы подойти к соответствующему правилу вычисления площади параллелограмма, решим несколько задач.

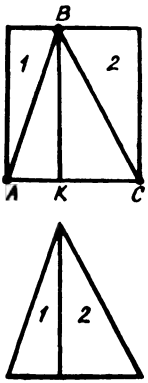



Рис. 16

**Задача 1.** Вырежьте из бумаги два одинаковых треугольника и постройте в них одноименные высоты. Один из них разрежьте вдоль высоты на два треугольника, с помощью которых дополните данный треугольник $ABC$ до прямоугольника (рис. 16). Пользуясь преобразованием, установите, что площадь треугольника равна половине произведения его основания $AC$ на высоту $KB$, то есть $S = 0{,}5 \cdot AC \times KB$.

**Задача 2.** Пользуясь рисунком 17, проиллюстрируйте правило измерения площади треугольника.

**Задача 3.** Разрежьте параллелограмм на две части так, чтобы из них можно было составить прямоугольник.

Мы знаем, что в параллелограмме противолежащие стороны равны. Из рисунка 18, *а* видно, как параллелограмм $ABCD$ превратился в прямоугольник $KBCE$. То есть, площадь параллелограмма $ABCD$ равна площади прямоугольника $KBCE$. На рисунке 18, *б* площадь параллелограмма $ABCD$ равна площади прямоугольника $KEMP$.

Основанием параллелограмма является $AD$. $AD = AK + KD = KD + DE$ (рис. 18, *а*), $AD = AK + KD = KD + DP$ (рис. 18, *б*), то есть основание параллело-

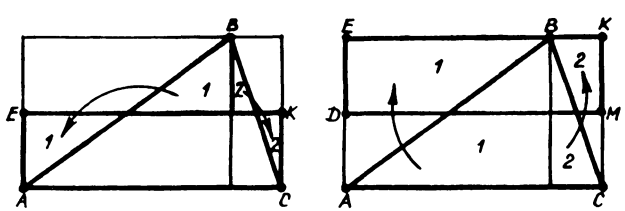



Рис. 17

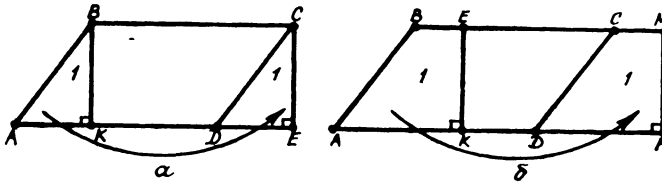



Рис. 18

грамма $ABCD$ равно основанию прямоугольника $KBCE$ $(KEMP)$. Сторона (высота) $KB$ прямоугольника является высотой параллелограмма $BK$ $(EK)$.

Таким образом, *площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту, проведенную к этому основанию*:

$$S = ah.$$

Вопросами преобразования одной фигуры в другую такой же площади (равновеликую) занимался еще в III в. до н. э. выдающийся древнегреческий математик Евклид (ок. 356 — ок. 300 до н. э.). Так, например, Евклид строил квадрат, площадь которого равна площади любого данного многоугольника.

## 25. ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ

Чтобы вывести правило для вычисления площади трапеции, разделим ее на несколько частей так, чтобы из них можно было составить фигуру (треугольник, параллелограмм, прямоугольник), площадь которой мы умеем вычислять. Решим несколько задач.

**Задача 1.** Разрежьте трапецию $ABCD$ на две части так, чтобы из них можно было составить треугольник (рис. 19). Измерьте основание и высоту треугольника $KCD$ и вычислите его площадь. Сравните площади треугольника и трапеции.

**Задача 2.** Найдите площадь трапеции $ABCD$, если ее основания $AD = 8$ см, $BC = 4$ см, а высота $h = 3$ см (рис. 20).

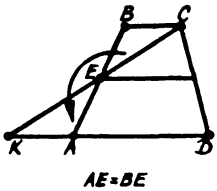



Рис. 19

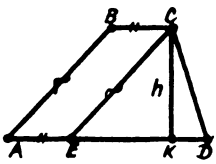



Рис. 20

Р е ш е н и е. Разделим трапецию на параллелограмм и треугольник. Запишем формулу для вычисления площади трапеции:

$$S_{\text{тр.}} = S_{ABCE} + S_{ECD} = AE \cdot CK + \frac{1}{2} ED \cdot CK.$$

Закончите решение самостоятельно.

**Задача 3.** Вычислите площадь каждого треугольника, изображенного на рисунке 21, измерив его основание и соответствующую высоту.

**Задача 4.** Вычислите площадь трапеции, разделив ее диагональю на два треугольника (рис. 22).

Р е ш е н и е. Площадь трапеции $ABCD$ равна сумме площадей треугольников:

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = 0{,}5 \cdot AB \cdot DK + 0{,}5 \cdot DC \cdot BE.$$

Высоты $DK$ и $BE$ этих треугольников равны, так как они являются высотами трапеции. Следовательно,

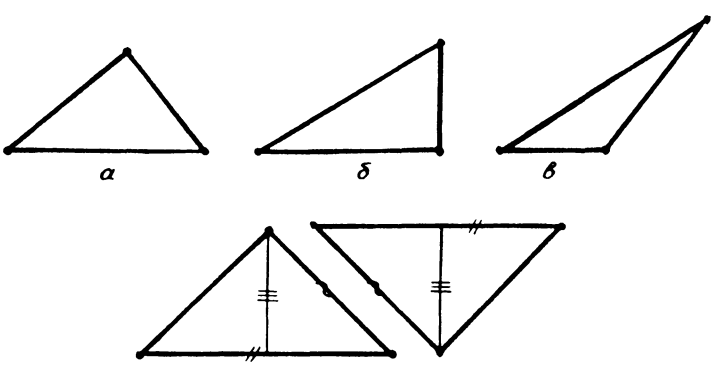



Рис. 21

$$S_{ABCD}=0{,}5\cdot AB\cdot h+0{,}5\cdot DC\cdot h=$$
$$=0{,}5h\cdot(AB+DC).$$
$$S=0{,}5\,(a+b)\,h.$$

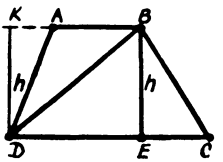



Рис. 22

*Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.*

## 2.6. ПРЯМАЯ ПРИЗМА

Рассмотрим прямоугольный параллелепипед (рис. 23) и вспомним, что мы знаем о нем. Каждый параллелепипед имеет 6 плоских стенок, которые называют *гранями*, причем каждая грань имеет форму прямоугольника. Эти грани пересекаются по прямым, которые называют *ребрами*. Все ребра пересекаются по три в одной точке, которые называют *вершинами*.

**Задача 1.** Начертите развертку прямоугольного параллелепипеда (рис. 24), длина, ширина и высота которого соответственно равны 6 см, 5 см и 4 см. Найдите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда и его объем.

**Задача 2.** Начертите развертку куба с ребром 6 см. Найдите площадь полной поверхности куба и его объем.

Запишите формулу, пользуясь которой можно вычислить площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, его объем; площадь полной поверхности куба и его объем.

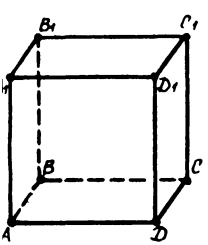



Рис. 23

Сформулируем правила и запишем формулы.

*Боковая поверхность прямого параллелепипеда равна произведению периметра его основания на боковое ребро:*

$$S=2\,(a+b)\cdot h=p\cdot h. \qquad (1)$$

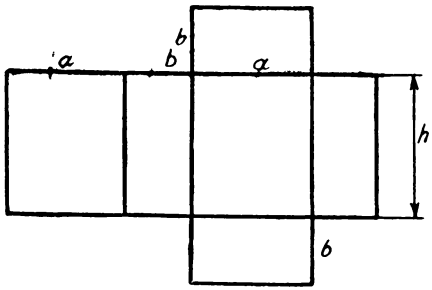



Рис. 24

*Полная поверхность куба равна шести площадям одной его грани:*

$$S = 6a^2. \qquad (2)$$

*Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений:*

$$V_{\text{парал.}} = a \cdot b \cdot h. \qquad (3)$$

$$V_{\text{куба}} = a \cdot a \cdot a = a^3. \qquad (4)$$

В математике прямоугольный параллелепипед еще называют *призмой*. Если в основании призмы лежит треугольник, то такая призма называется *треугольной* (рис. 25).

Обратите внимание на то, что все три боковые грани треугольной призмы — прямоугольники. Две другие грани — равные треугольники. Условились называть их *основаниями*, другие грани — *боковыми гранями*.

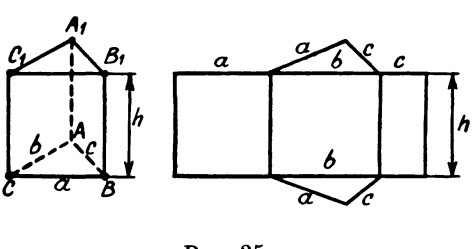



Рис. 25

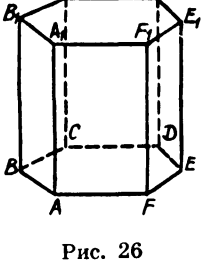



Рис. 26

Боковые грани прямой призмы — прямоугольники, в основании может лежать многоугольник с разным числом сторон. Все призмы имеют такие свойства: каждая из призм имеет две равные грани, которые не пересекаются, другие грани — прямоугольники (рис. 26).

Соответственно количеству углов многоугольника, лежащего в основании, введены названия призм: треугольная, четырехугольная и другие. Легко заметить, что треугольная призма имеет три боковые грани, четырехугольная — четыре и т. д.

Склейте из бумаги треугольную призму, развертка которой изображена на рисунке 24. Найдите площадь каждой грани призмы. Найдите площадь боковой поверхности призмы. Найдите площадь полной поверхности призмы.

***Боковая поверхность прямой треугольной призмы равна произведению периметра основания на боковое ребро:***

$$S = (a + b + c) \cdot h = ph. \qquad (5)$$

Формулу (3) можно записать в виде:

$$V = S \cdot h, \qquad (6)$$

где $S = a \cdot b$ — площадь основания, $h$ — высота призмы. Эта формула верна для любой прямой призмы.

## 2.7. ПИРАМИДА

Рассмотрите фигуры, изображенные на рисунке 27. Такие фигуры называются *пирамидами*. Сколько граней, ребер и вершин имеет каждая пирамида, изображенная на рисунке? Какую форму имеют грани пирамиды?

Во всех пирамидах боковые грани — треугольники, а основания отличаются своей формой. В первой пирамиде основание — треугольник, во второй — четырехугольник, в третьей — шестиугольник. Пирамида

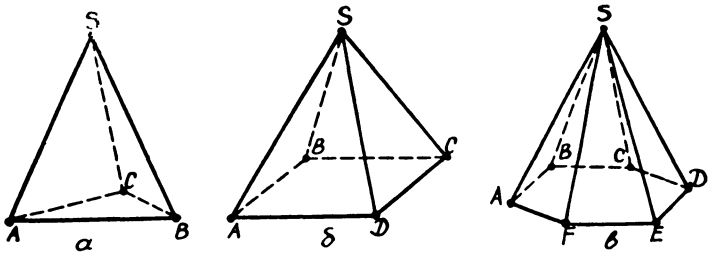



Рис. 27

с треугольным основанием называется *треугольной* пирамидой, с четырехугольным основанием — *четырехугольной* и т. п.

Сравним пирамиду с призмой. Призма имеет два основания, пирамида — одно, боковые грани призмы — прямоугольники, боковые грани пирамиды — треугольники, боковые ребра призмы не пересекаются, а в пирамиде все боковые ребра пересекаются в одной точке, которую называют *вершиной пирамиды*. На рисунке 28 изображены треугольная пирамида и ее развертка. В этой пирамиде в основании лежит равносторонний треугольник.

Как найти площадь боковой и полной поверхности пирамиды? Поверхность каждой пирамиды состоит из треугольников (боковых граней) и многоугольника (основания пирамиды).

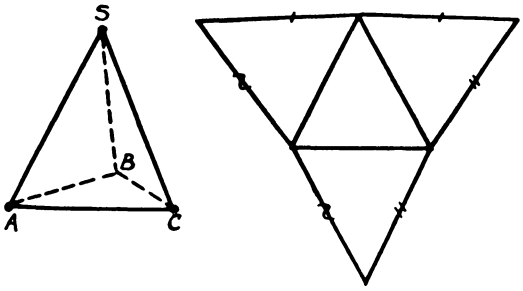



Рис. 28

Площадь боковой поверхности вычисляется по формуле:

$$S_б = S_1 + S_2 + \ldots, \qquad (1)$$

где $S_1$, $S_2$, ...— площади боковых граней.

Площадь полной поверхности вычисляется по формуле:

$$S_п = S_б + S_о. \qquad (2)$$

*Объем любой пирамиды равен трети произведения площади ее основания и высоты:*

$$V = \frac{1}{3} S_о \cdot h. \qquad (3)$$

Убедиться в правильности этой формулы можно, пересыпая песок из полой пирамиды в призму с такими же основанием и высотой, и прийти к выводу, что объем пирамиды втрое меньше объема призмы с соответственно равными основаниями и высотами.

К такому выводу пришел древнегреческий философ Демокрит еще в 5 ст. до н. э.: объем пирамиды равен трети объема призмы с теми же основанием и высотой. Строгое доказательство этого утверждения дал древнегреческий математик Евдокс Книдский в 6 ст. до н. э.

### Вопросы для самопроверки и повторения

**1.** Начертите перпендикулярные прямые.

**2.** Какие прямые называют перпендикулярными?

**3.** Какие углы образуют перпендикулярные прямые?

**4.** Начертите параллельные прямые.

**5.** Какие прямые называют параллельными?

**6.** Назовите несколько предметов, имеющих форму прямоугольника, параллелограмма, трапеции.

**7.** Какой четырехугольник называют прямоугольником?

**8.** Какой четырехугольник называют параллелограммом?

**9.** Что называется трапецией?

**10.** Равны ли противолежащие стороны у прямоугольника, параллелограмма, трапеции?

**11.** Параллельны ли противолежащие стороны у параллелограмма, прямоугольника, трапеции?

**12.** Как вычислить площадь параллелограмма?

**13.** Начертите параллелограмм и наглядно проиллюстрируйте способы вычисления его площади.

**14.** Как вычислить площадь трапеции?

**15.** Начертите трапецию и наглядно проиллюстрируйте способы вычисления ее площади.

**16.** Возьмите модель прямой четырехугольной призмы. Выполните соответствующие измерения и вычислите площадь поверхности призмы и ее объем.

**17.** Возьмите модель прямой треугольной призмы. Выполните соответствующие измерения и вычислите площадь поверхности призмы и ее объем.

**18.** Возьмите модель треугольной пирамиды. Выполните нужные измерения и вычислите площадь поверхности пирамиды и ее объем.

**19.** Возьмите модель четырехугольной пирамиды. Выполните нужные измерения и вычислите площадь поверхности пирамиды и ее объем.

**20.** Запишите формулы, по которым вычисляется площадь: прямоугольника, треугольника, параллелограмма и трапеции.

**21.** Запишите формулы, по которым вычисляются площади поверхностей призмы, пирамиды.

**22.** Запишите формулы, по которым вычисляется объем призмы, пирамиды.

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 2.1

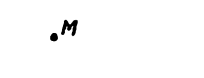


Рис. 29

**99.** С помощью чертежного угольника или транспортира через точку $M$ (рис. 29) проведите прямую, перпендикулярную прямой $AB$.

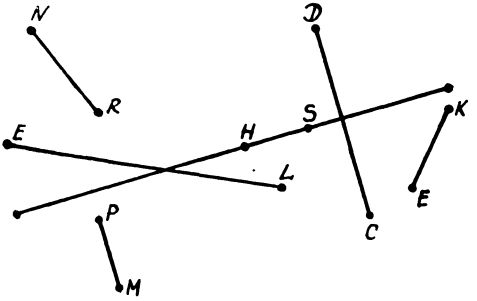



Рис. 30

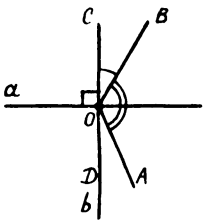



Рис. 31

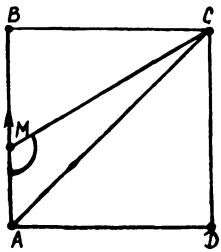



Рис. 32

**100.** Какие из отрезков, изображенных на рисунке 30, перпендикулярны?

**101.** На рисунке 31 $a \perp b$, $\angle AOB = 120°$ и $\angle BOC = 30°$. Вычислите $\angle AOD$ и $\angle BOD$.

**102.** Точка $M$ движется по периметру квадрата $ABCD$ (рис. 32). Под каким наименьшим углом может быть виден отрезок $AC$ из точки $M$? В каком месте должна остановиться точка $M$, чтобы величина угла $AMC$ была наименьшей?

**103.** Из двух пунктов $A$ и $B$ вышли в пункт $M$ (рис. 33) по прямолинейным маршрутам два почтальона. Расстояние $AM$, которое прошел первый почтальон, составляет 4 км, расстояние $BM$, которое прошел второй почтальон, 3 км. Каким может быть расстояние $AB$?

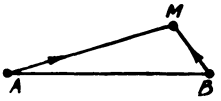



Рис. 33

## К пункту 2.2

**104.** Начертите прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Пользуясь рисунком и классной комнатой, выясните, пересекаются ли между собой прямые:

а) $AB$ и $BC$; б) $AD$ и $AD_1$; в) $BC$ и $DC$;
г) $AB$ и $DB$; д) $AD$ и $BC$; е) $AD$ и $BC_1$.

**105.** Найдите в классной комнате пересекающиеся прямые и прямые, которые не пересекаются.

**106.** Объясните, какие из следующих утверждений верны, а какие нет:

а) две прямые, которые пересекаются, перпендикулярны;

б) две перпендикулярные прямые на плоскости всегда пересекаются;

в) если прямая $a$ перпендикулярна прямой $b$, то прямая $b$ перпендикулярна прямой $a$;

г) если $a \perp b$ и $b \perp c$, то $a \perp c$.

**107.** На рисунке 34 $AB \perp CD$, $\angle POB + \angle KOD = 80°$ и $\angle AOK = 58°$. Вычислите $\angle BOP$ и $\angle DOP$.

**108.** На отрезке дано 5 точек: $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$ и $A_5$. Найдите сумму расстояний: от точки $A_2$ до всех других точек; от точки $A_1$ до всех других точек; от точки $A_3$ до всех других точек. От какой точки сумма расстояний до всех других точек будет наименьшей?

**109*.** На отрезке дано 7 точек: $A_1$, $A_2$, ... , $A_7$. От какой точки сумма расстояний до всех других точек будет наименьшей?

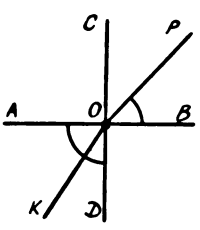


Рис. 34

**110*.** На отрезке дано нечетное число точек. От какой точки сумма расстояний до всех других точек будет наименьшей?

**111*.** На отрезке дано четное число точек. От какой точки сумма расстояний до всех других точек будет наименьшей?

## К пункту 2.3

**112.** Равны ли противолежащие углы параллелограмма? Убедитесь непосредственным измерением углов транспортиром.

**113.** Начертите прямоугольник и измерьте каждый угол прямоугольника транспортиром.

**114.** С помощью чертежного угольника постройте четырехугольники: а) с одним прямым углом; б) с двумя прямыми углами; в) с тремя прямыми углами. Можно ли построить четырехугольник только с тремя прямыми углами?

**115.** Противолежащие стороны четырехугольника равны. Параллельны ли противолежащие стороны такого четырехугольника?

**116.** В четырехугольнике $ABCD$ $AB=CD=3$ см, $BC=AD=5$ см. Можно ли этот четырехугольник назвать параллелограммом? Прямоугольником? При каких условиях такой четырехугольник будет параллелограммом?

**117.** Начертите параллелограмм $ABCD$. Сравните диагонали. Какая диагональ параллелограмма больше? Существует ли параллелограмм, в котором диагонали равны? Если существует параллелограмм, имеющий равные диагонали, то как его называют? Ответьте на поставленные вопросы, пользуясь непосредственным измерением.

**118.** Сколько можно построить параллелограммов с вершинами в трех данных точках, не лежащих на данной прямой? Постройте их.

**119.** В параллелограмме $ABCD$ $AB=10$ см, $BC=15$ см. Чему равны стороны $AD$ и $CD$? Найдите периметр параллелограмма.

**120.** Две стороны параллелограмма относятся как 3 : 4, а периметр его равен 2,8 м. Найдите стороны.

**121.** Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 10 см. Найдите длину диагонали $BD$, зная, что периметр треугольника $ABD$ равен 8 см.

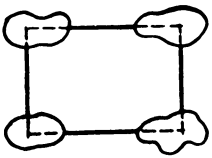


Рис. 35

**122.** Бетонная плита с прямолинейными сторонами должна иметь форму прямоугольника. Как с помощью веревки проверить правильность формы плиты?

**123.** Из фанеры выпилили квадрат. Как проверить, что этот четырехугольник действительно является квадратом?

**124*.** Определите размеры прямоугольного участка (рис. 35), вершины которого недоступны. Вычислите площадь участка.

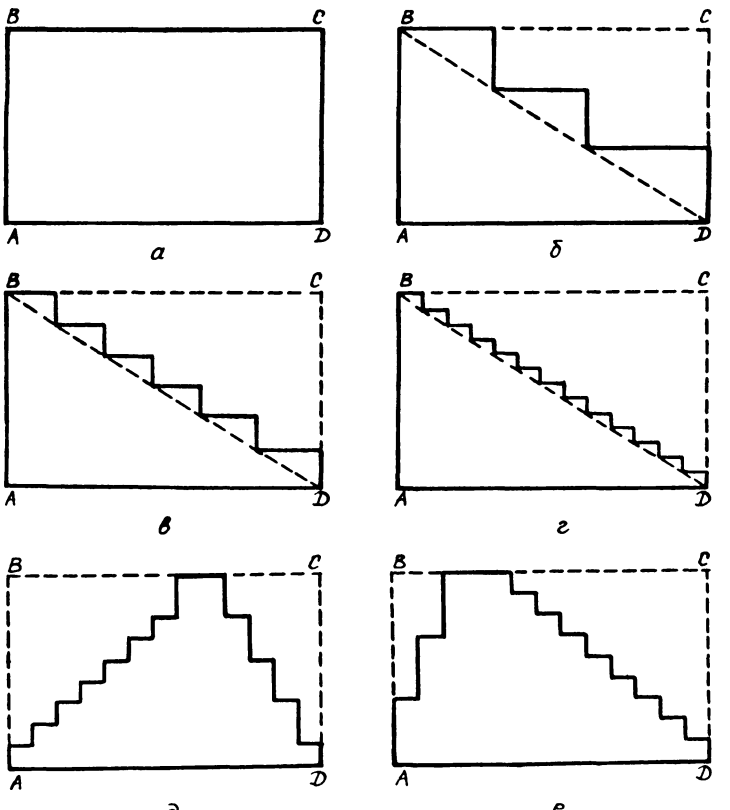



Рис. 36

**125*.** На рисунке 36 $AB = 4{,}5$ см, $AD = 6{,}5$ см. Вычислите периметр каждой фигуры, изображенной на рисунках. Какая из фигур имеет наибольшую (наименьшую) площадь?

## К пункту 2.4

**126.** Пользуясь рисунком 37, проиллюстрируйте наглядно правило вычисления площади параллелограмма.

**127.** Начертите несколько параллелограммов с основанием 6 см и высотой 4 см. Вычислите площади начерченных параллелограммов.

**128.** Начертите несколько параллелограммов и измерьте их площади.

**129.** Сделайте шарнирную модель параллелограмма. Изменяется ли площадь этого параллелограмма в зависимости от угла между его сторонами? Почему?

**130.** Начертите несколько параллелограммов с основанием 8 см, которые имеют площадь 24 см. Чему равна высота этих параллелограммов?

**131.** Вычислите площадь фигуры, план которой изображен на рисунке 38 в масштабе 1 : 100.

**132*.** Какой из параллелограммов со сторонами 4 и 8 см имеет наибольшую площадь? Вычислите ее. Как называют такой параллелограмм?

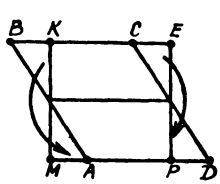


Рис. 37

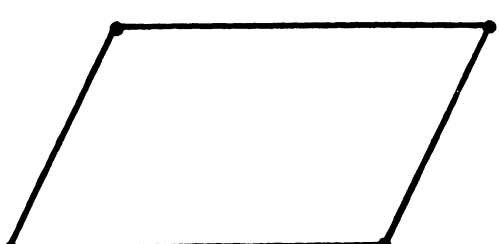


Рис. 38

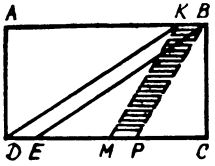



Рис. 39

**133.** Какая из площадей наибольшая: прямоугольника со сторонами 5 см и 4 см, квадрата со стороной 4,5 см или параллелограмма со сторонами 5 см и 4 см? Сравните периметры квадрата, прямоугольника и параллелограмма.

**134*.** Через поле, имеющее форму прямоугольника $ABCD$ (рис. 39), должна пройти железная дорога. Известно, что длина поля 125 м, ширина 72 м, $KB = 10$ м. Вычислите площадь, которую будет занимать железная дорога. Какая дорога имеет большую площадь: $KBED$ или $KBPM$?

**135*.** Поле имеет форму параллелограмма, основание которого 500 м, а высота 100 м. Через это поле под прямым углом к основанию проходит шоссе шириной 12 м. Определите остальную площадь поля.

**136*.** Как изменится площадь квадрата, если каждую его сторону увеличить в 3 раза?

**137*.** Во сколько раз нужно уменьшить сторону квадрата, чтобы его площать уменьшилась в 4 раза?

**138.** Чему равны стороны прямоугольника, если они относятся как 4:5, а периметр его равен 180 см? Вычислите площадь прямоугольника.

**139*.** Прямоугольник и параллелограмм имеют одинаковые основания и площади. Что можно сказать об их периметрах?

## К пункту 2.5

**140.** Найдите площадь трапеции, если ее основания 12 см и 8 см, а высота 5 см.

**141.** Начертите несколько трапеций с основаниями 6 см и 4 см и высотой 3 см. Вычислите площади начерченных трапеций. Сравните эти площади.

**142.** Найдите площадь фигуры, форма и размеры которой показаны на рисунке 40.

**143.** Вычислите площадь трапеции, если одно основание равно 18,4 см, другое основание вдвое меньше, а высота составляет 40 % меньшего основания.

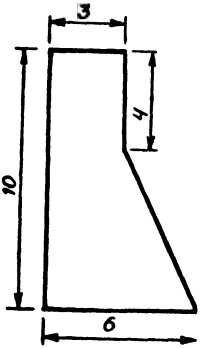



Рис. 40

**144.** Разрежьте произвольную трапецию $ABCD$ (рис. 19) на 2 части: параллелограмм $ABCE$ и треугольник $ECD$. Найдите площадь трапеции как сумму площадей параллелограмма и треугольника.

**145.** Сколько центнеров семян нужно, чтобы засеять поле, имеющее форму трапеции, большее основание которой равно 1,25 км, меньшее составляет половину большего, а высота — $\frac{1}{4}$ большего основания. На посев 1 га нужно 1,5 ц семян.

**146*.** На рисунке 41 изображен план земельного участка, масштаб которого 1 : 500, размеры даны в миллиметрах. Определите его площадь с помощью калькулятора.

**147*.** Прямоугольник $ABCD$ (рис. 42) пересекает прямая $EK$, которая проходит через точку $O$ (точку пересечения диагоналей $AC$ и $BD$, $AO = OC$). Прямая $EK$ поворачивается вокруг точки $O$ (перемещая точку $K$ от $A$ к $D$). Определите, меняется ли при этом и как именно площадь заштрихованной фигуры.

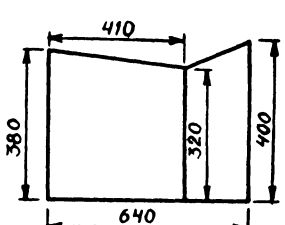



Рис. 41

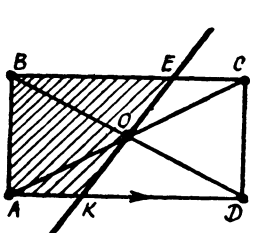



Рис. 42

## К пункту 2.6

**148.** Найдите в классной комнате модель прямоугольного параллелепипеда.

**149.** Рассмотрите прямоугольный параллелепипед. Сколько вершин, ребер и граней имеет прямоугольный параллелепипед? Найдите площадь каждой грани прямоугольного параллелепипеда.

**150.** Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 10 см, 15 см и 12 см. Найдите площадь каждой грани прямоугольного параллелепипеда, боковую поверхность прямоугольного параллелепипеда и площадь его полной поверхности.

**151.** Склейте из бумаги прямоугольный параллелепипед, развертка которого изображена на рисунке 43. Найдите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда и его объем.

**152.** Вырежьте из бумаги развертку прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит прямоугольник с размерами основания 5 см и 8 см, высота параллелепипеда 6 см. Вычислите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда.

**153.** Вырежьте из бумаги развертку прямой призмы с треугольным основанием, каждая сторона которого равна 8 см, а высота призмы 10 см. Склейте из этой раз-

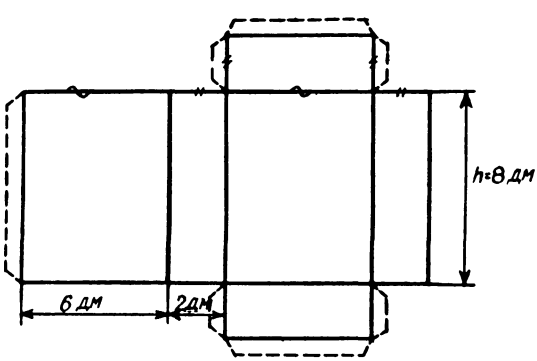



Рис. 43

вертки призму. Измерьте высоту треугольного основания. Вычислите площадь основания призмы. Вычислите площадь полной поверхности призмы.

**154.** Шоссе шириной 10 м 60 см на расстоянии 50 м покрыли слоем щебня толщиной 8 см. Сколько щебня потратили на эту работу?

**155.** Пользуясь калькулятором, определите, сколько кубических метров воздуха вмещается в вашем классе и сколько кубических метров воздуха приходится на каждого ученика.

**156.** Возьмите 1 кирпич, определите его объем и, измерив площадь стены, построенной в один кирпич, узнайте, сколько взяли кирпичей, когда ее строили. Вычисления выполните с помощью калькулятора.

**157.** Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 6 см. Высота призмы 8,5 см. Вычислите площадь поверхности и объем призмы.

**158.** Основанием прямой призмы является параллелограмм со сторонами 8,5 см и 6 см. Высота параллелограмма, проведенная к большей стороне, равна 4 см. Высота призмы 12 см. Вычислите площадь полной поверхности и объем призмы.

### К пункту 2.7

**159.** Выполните нужные измерения и с помощью калькулятора вычислите площадь полной поверхности и объем данной (треугольной, четырехугольной) пирамиды.

**160.** Начертите развертку четырехугольной пирамиды, в основании которой лежит прямоугольник, а все боковые ребра имеют одинаковую длину. Сделайте из этой развертки модель пирамиды и вычислите ее полную поверхность.

**161.** Начертите развертку треугольной пирамиды, в основании которой лежит равносторонний треугольник, а все боковые ребра имеют одинаковую длину.

Выполните соответствующие измерения и вычислите площадь боковой и полной поверхности пирамиды.

**162.** Вычислите объем четырехугольной пирамиды, в основании которой лежит квадрат со стороной 8 см, а высота пирамиды 12 см.

**163.** Вычислите объем четырехугольной пирамиды, в основании которой лежит прямоугольник со сторонами 8,5 см и 6 см, а высота пирамиды — 10,4 см.

**164.** Пирамида Хеопса (Египет) имеет высоту 147 м, сторона ее квадратного основания составляет около 230 м. Найдите объем пирамиды Хеопса.

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 2

#### I вариант

**1°.** Параллелограмм имеет стороны 5 и 6 см. Высота равна 3 см. Вычислите периметр и площадь параллелограмма.

**2°.** Выполните нужные измерения и вычислите площадь поверхности и объем данной пирамиды.

**3.** Начертите несколько параллелограммов с основанием 6,5 см и площадью 26 $см^2$. Какой из параллелограммов будет иметь наименьший периметр? Вычислите его.

**4.** Выполните нужные измерения и вычислите площадь поверхности и объем данной призмы.

#### II вариант

**1°.** У трапеции с основаниями 5 см и 4,6 см высота 4 см. Вычислите площадь трапеции. Измерьте боковые стороны трапеции и вычислите ее периметр.

**2°.** Выполните соответствующие измерения и вычислите площадь поверхности и объем данной призмы.

**3.** Начертите несколько параллелограммов со сторонами 5,5 см и 4 см. Какой из параллелограммов будет иметь наибольшую площадь? Вычислите ее.

**4.** Выполните нужные измерения и вычислите площадь и объем данной пирамиды.

# 3. ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

## 3.1. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 2, 5 и 10

Рассмотрим число 18. Оно делится на 2, 3, 6 и 9, но не делится, например, на 5. Поэтому говорят, что числа 2, 3, 6 и 9 являются делителями числа 18, а само число кратно числам 2, 3, 6 и 9. Таким образом, если одно число делится на другое, то первое число называется *кратным* второго, а второе — *делителем* первого. Понятно, что число 5 не является делителем числа 18, а 18, в свою очередь, не является кратным 5. Например, число 34 кратно 17, а само число 17 является делителем числа 34.

Число может быть кратным нескольким числам. Например, число 42 кратно числам: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21.

Какие числа делятся на 2? Очевидно, такими числами являются: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16. Несомненно, что 3, 5, 7, 9, 11 и т. д. не делятся на 2. Нетрудно заметить, что делимость чисел на 2 зависит только от последней цифры числа. Если число оканчивается на 0, 2, 4, 6, 8, то оно делится на 2, в противном случае не делится на 2.

Числа, которые делятся на 2, называются *четными*. Число 0 также принадлежит к четным числам. Остальные числа называются *нечетными*. *На 2 делятся те и только те натуральные числа, которые оканчиваются четной цифрой.*

На 5 делятся числа: 5, 10, 15, 20 и т. д. Очевидно, вы уже заметили, что последняя цифра каждого из этих чисел 0 или 5. В связи с этим признак делимости на 5 можно сформулировать так: *на 5 делятся те и только те натуральные числа, которые оканчиваются нулем или цифрой 5.*

Число 0 тоже делится на 5. Почему?

Какие числа делятся на 10? На 10 делятся такие числа: 10, 20, 30, 40, 50 и т. д., то есть те, последняя цифра

которых 0. Таким образом, *на 10 делятся те и только те натуральные числа, которые оканчиваются цифрой 0.*

Опять же 0 делится на 10.

## 3.2. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 9 и 3

Какие числа делятся на 9? Запишем числа, кратные 9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99 и т. д. Видим, что числа, кратные 9, могут оканчиваться различными цифрами. Попробуем установить, при каких условиях число делится на 9.

**Задача.** Можно ли 567 бутылок расставить в ящики, каждый из которых вмещает 9 бутылок? Все ящики должны быть заполнены.

Р е ш е н и е. Представим число 567 в виде суммы разрядных единиц:

$$567 = 500 + 60 + 7.$$

Если расставить 100 бутылок в ящики, каждый из которых вмещает 9 бутылок, то останется 1 бутылка. От пяти сотен бутылок останется 5. Если расставить 10 бутылок в ящики, каждый из которых вмещает 9, то останется 1 бутылка. От шести десятков останется 6 бутылок. Не расставленными в ящики останутся 5 бутылок от сотен, 6 бутылок от десятков и еще 7 бутылок: $5 + 6 + 7 = 18$.

Поскольку 18 бутылок можно поставить в 2 ящика, каждый из которых вмещает 9 бутылок, то и 567 бутылок можно поставить в ящики по 9. Эти рассуждения можно записать так:

$$567 = 500 + 60 + 7 = 5 \cdot (99 + 1) + 6 \cdot (9 + 1) + 7 =$$
$$= (5 \cdot 99 + 6 \cdot 9) + (5 + 6 + 7) = (5 \cdot 99 + 6 \cdot 9) + 18.$$

Таким образом, число 567 делится на 9.

Что представляет собой сумма $5 + 6 + 7$? Нетрудно заметить, что это сумма цифр числа 567, где 5 — количество сотен в нем, 6 — количество десятков, 7 — единиц.

Следовательно, *на 9 делятся те и только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.*

Любое число, которое делится на 9, делится и на 3. Но не наоборот. Чтобы установить признак делимости чисел на 3, достаточно провести аналогичные рассуждения. Действительно, при делении, например, числа 4251 на 3 рассуждения будут иметь вид:

$$4251 = 4\cdot(999+1)+2\cdot(99+1)+5\cdot(9+1)+1 = \underbrace{(4\cdot 999+2\cdot 99+5\cdot 9)}_{\text{Сумма делится на 3}}+\underbrace{(4+2+5+1)}_{\text{Сумма цифр делится на 3}}.$$

*На 3 делятся те и только те числа, у которых сумма цифр делится на 3.*

## 3.3. ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА

Возьмем несколько чисел и посмотрим, на какие числа делится каждое из них:

1 делится на 1,
2 делится на 1 и 2,
3 делится на 1 и 3,
4 делится на 1, 2 и на 4,
5 делится на 1 и на 5,
6 делится на 1, на 2, на 3 и на 6.

Можно составить таблицу (табл. 10).

*Таблица 10*

| Натуральное число | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Количество делителей | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 4 | 3 | 4 | 2 | 6 |

Видим, что эти числа отличаются друг от друга количеством делителей. Число 12 имеет больше всего делителей, а числа 2, 3, 5, 7, 11 — меньше всего, а именно — у каждого из них только 2 делителя: 1 и само это число. Любое число, имеющее два делителя,

называется *простым*. Число, имеющее больше двух делителей, называется *составным*.

Число 1 не относится ни к простым, ни к составным.

**Задача 1.** Назовите три простых и три составных двузначных числа.

**Задача 2.** Запишите все простые числа от 1 до 100.

**Задача 3.** Запишите все составные числа от 1 до 60.

**Задача 4.** Выпишите все простые числа от 100 до 200, от 200 до 300.

**Задача 5.** Составьте таблицу простых чисел первой тысячи.

На первый взгляд может показаться, что простых чисел много только в начале натурального ряда, то есть пока числа сравнительно небольшие, и что с увеличением чисел простых чисел будет меньше и, наконец, они совсем исчезнут. Но такое предположение неверно, на самом деле существует множество простых чисел. Если наименьшим простым числом является число 2, то наибольшее простое число найти нельзя.

Для нахождения простых чисел древнегреческий ученый Эратосфен (ок. 276—194 гг. до н. э.) придумал такой способ. Он записывал все числа от 2 до какого-то числа, а потом вычеркивал через одно все числа после двух (то есть числа 4, 6, 8, 10 и т. д.). Первым числом, оставшимся после 2, будет число 3. После этого он вычеркивал через два на третье все числа после 3 (то есть числа 6, 9, 12 и т. д.). Наконец, оставались невычеркнутыми только простые числа. Поскольку греки писали на покрытых воском табличках и числа не вычеркивали, а выкалывали иголкой, то табличка в конце вычисления напоминала решето. Поэтому метод Эратосфена называют «решетом Эратосфена».

## 3.4. СТЕПЕНЬ

Как известно, сложение одинаковых слагаемых можно заменить умножением. Например, $17+17+$ $+17+17=17\cdot4$. А как быть в том случае, если множитель повторяется несколько раз?

Например, чтобы найти объем куба со стороной 8 см, нужно $8 \cdot 8 \cdot 8$. В таких случаях произведение одинаковых множителей заменяют действием, которое называется *возведением в степень*. Такие произведения записывают короче: $8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3$.

Запись $8^3$ читается так: «восемь в третьей степени». Выражение $8^3$ называется *степенью*, число 3 — *показателем степени*, а число 8 — *основанием степени*.

Таким образом, *произведение нескольких равных множителей называется степенью.*

Выражение $2^5$ является произведением 5 множителей, каждый из которых равен двум:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2.$$

Площадь квадрата со стороной $a$ равна $a \cdot a$, то есть $a^2$. Поэтому степень с показателем 2 называется *квадратом* основания. Так, $4^2$ читается так: «четыре в квадрате».

Объем куба с ребром $a$ равен $a \cdot a \cdot a$, то есть $a^3$. Поэтому степень с показателем 3 называется *кубом* основания. Так, $5^3$ читают: «пять в кубе».

При выполнении действий следует учитывать появление нового действия — возведения в степень.

Напомним: сложение и вычитание называются действиями *первой ступени;* умножение и деление называются действиями *второй ступени.* Тогда возведение в степень называют действием *третьей ступени.*

Сформулируем **общее правило о порядке действий:**

Действия одной ступени выполняют в том порядке, в каком они записаны. Если выражение содержит действия разных ступеней, то сначала выполняют действия более высокой, затем более низкой ступени.

Например.

$$5 \cdot 2^3 - 6^2 : 12 = 5 \cdot 8 - 36 : 12 = 40 - 3 = 37.$$

Выполнены сначала действия третьей ступени, затем второй и, наконец, первой ступени.

Если раньше нужно выполнять действие более низкой ступени, то применяют скобки. Действия над числами, стоящими в скобках, выполняют первыми.

Приведем примеры:

$$5 \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40, \text{ но } (5 \cdot 2)^3 = 1000.$$

$$2 + 3^3 = 2 + 27 = 29, \text{ но } (2+3)^3 = 5^3 = 125.$$

## 3.5. РАЗЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ НА ПРОСТЫЕ МНОЖИТЕЛИ

Всякое составное число можно представить в виде произведения не менее двух простых чисел, отличных от 1. Например,

$6 = 2 \cdot 3;$
$10 = 2 \cdot 5;$
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3;$
$52 = 2 \cdot 2 \cdot 13 = 2^2 \cdot 13;$
$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2;$
$210 = 2 \cdot 105 = 2 \cdot 3 \cdot 35 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$

Каждое из составных чисел мы представили в виде произведения простых чисел. Такое преобразование числа называется *разложением составного числа на простые множители*. Очевидно, что число делится на каждый из своих множителей, которые называются еще делителями. В математике применяются и другие формы записи, которые облегчают разложение больших чисел.

### Объяснение

| | | |
|---|---|---|
| 210 | 2 | Проведем справа от данного числа вертикальную черту и за ней запишем первый его наименьший делитель. Это будет 2. Разделим 210 на 2 и запишем частное 105 слева от черты под данным числом. Найдем теперь |
| 105 | 3 | |
| 35 | 5 | |
| 7 | 7 | |

наименьший делитель для 105, разделим на него это число, а частное 35 запишем опять слева. Дальнейшие действия выполняем так же.

## 3.6. НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ

Числа могут иметь одинаковые или общие делители. *Общим делителем* нескольких чисел называется число, на которое все данные числа делятся без остатка. Например, числа 18 и 24 имеют общие делители: 1, 2, 3 и 6. Наибольшим из них является делитель 6. Сокращенно это записывают так: НОД (18, 24) = 6.

К нахождению наибольшего общего делителя чисел 18 и 24 приводит решение такой задачи: Какое наибольшее количество одинаковых букетов можно составить из 18 желтых и 24 красных роз, чтобы в каждом букете было одинаковое количество желтых и красных роз?

*Наибольшим общим делителем* нескольких натуральных чисел называется наибольший делитель, на который делится каждое из данных чисел.

**Задача.** Найдите все общие делители чисел 20, 30 и 40 и их наибольший общий делитель.

Р е ш е н и е. Число 20 имеет делители: 1, 2, 4, 5, 10, 20;

число 30—1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30;

число 40—1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

Числа 20, 30, 40 имеют общие делители: 1, 2, 4, 5, 10. Наибольшим общим делителем является число 10.

Числа, которые не имеют общих делителей (кроме единицы), называются *взаимно простыми*. Например, числа 15 и 19 являются взаимно простыми, так как они не имеют общих делителей, кроме 1.

Чтобы найти НОД (72, 108), нужно числа 72 и 108 разложить на простые множители.

Объяснение

| | | | |
|---|---|---|---|
| 72 | 2 | 108 | 2 |
| 36 | 2 | 54 | 2 |
| 18 | 2 | 27 | 3 |
| 9 | 3 | 9 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 3 | |

Разложим эти числа на простые множители и найдем произведение общих множителей.

НОД $(72, 108) = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$.

Наибольший общий делитель часто используют, чтобы найти общую меру величин. Например, для отрезков 6 см и 2 см 3 мм общей мерой будет 1 мм, для 1 т и 21 ц — 1 ц, для 2 м и 60 см — 20 см.

## 3.7. НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ

**Задача.** Найдите несколько натуральных чисел, которые делятся на:

а) 6 и 8; б) 9 и 12.

Решение. а) На 6 и 8 делятся числа: 24, 48, 72 и т. д.

б) На 9 и 12 делятся числа: 36, 72, 108 и т. д.

Числа 24, 48, 72 называют общими кратными чисел 6 и 8, так как каждое из них делится на 6 и 8. Числа 36, 72 и 108 называют общими кратными чисел 9 и 12, так как каждое из них делится на 9 и 12.

*Общим кратным* данных чисел называется какое-либо натуральное число, которое делится на каждое из данных чисел без остатка. Из всех общих кратных особый интерес представляет наименьшее общее кратное. *Наименьшим общим кратным* нескольких чисел называется наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из этих чисел без остатка.

Наименьшим общим кратным чисел 6 и 8 является число 24. Для чисел 9 и 12 наименьшим общим кратным будет число 36. Сокращенно пишут:

НОК $(6, 8) = 24$; НОК $(9, 12) = 36$;

НОК $(10, 15, 25) = (2 \cdot 5) \cdot 3 \cdot 5 = 150$.

## Вопросы для самопроверки и повторения

**1.** Что называется делителем?

**2.** Что называется кратным?

**3.** Сформулируйте признак делимости на 2.

**4.** Сформулируйте признак делимости на 5.

**5.** Сформулируйте признак делимости на 10.

**6.** Сформулируйте признак делимости на 9.

**7.** Сформулируйте признак делимости на 3.

**8.** Какие числа называют простыми?

**9.** Какие числа называют составными?

**10.** Какие числа называют взаимно простыми?

**11.** Что называется степенью?

**12.** Что называется основанием степени?

**13.** Что называется показателем степени?

**14.** Что такое $a^2$, $a^3$, $4^2$?

**15.** Сформулируйте общее правило о порядке действий.

**16.** Что называется разложением составного числа на простые множители?

**17.** Что называется общим делителем нескольких чисел?

**18.** Что называется наибольшим общим делителем нескольких чисел?

**19.** Как найти наибольший общий делитель двух чисел?

**20.** Как найти наибольший общий делитель трех чисел?

**21.** Что называется общим кратным нескольких чисел?

**22.** Что называется наименьшим общим кратным нескольких чисел?

**23.** Как найти наименьшее общее кратное двух чисел?

**24.** Как найти наименьшее общее кратное трех чисел?

**25.** Какая разница между делимым и кратным?

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 3.1

**165.** Назовите все делители чисел:

а) 1, 3, 12, 16; б) 5, 22, 27, 37;
в) 13, 15, 19, 28; г) 7, 17, 36, 50.

**166.** Назовите все двузначные числа, кратные числу 21.

**167.** Назовите для каждого из чисел три кратные: 7, 8, 10, 14, 17, 19, 24.

**168.** Сколько делителей имеет каждое из чисел: 23, 35, 72, 17, 48, 15, 64, 80?

**169.** Найдите три общих кратных чисел:

а) 3 и 5; б) 3 и 7; в) 3 и 4; г) 4 и 6.

**170.** Имеют ли числа 13 и 4 общее кратное, меньшее 50?

**171.** Найдите решения неравенства $12 < x < 36$, которые являются делителями числа 144.

**172.** Найдите решения неравенства $48 \leqslant x < 100$, которые являются кратными числа 6.

**173.** 54 ореха нужно разделить поровну между детьми. Сколько может быть детей?

**174.** Два туристических теплохода одновременно вышли в рейс, один из которых продолжается 6 часов, другой — 9 часов. Через сколько часов они снова вместе отправятся в плавание? (Допускают, что рейсы продолжаются беспрерывно.)

**175.** Какие из чисел: 32, 35, 48, 125, 230, 85, 1245, 1236, 1340, 985 делятся на 2; на 5; на 10?

**176.** Запишите по два каких-нибудь трехзначных и по два каких-нибудь четырехзначных числа, которые делятся: а) на 2; б) на 5; в) на 10.

**177.** Припишите справа к числу 379 такую цифру, чтобы новое число делилось: а) на 2; б) на 5; в) на 10.

**178.** Из цифр 8, 0, 3, 7, 5 составьте несколько четырехзначных чисел, которые делятся: а) на 2; б) на 5; в) на 10.

**179.** Не умножая, установите, делится ли произведение $148 \cdot 75$ на 2, на 5, на 10.

**180.** Найдите решения неравенства $337 < x \leqslant 385$, которые делятся: а) на 2; б) на 5; в) на 10.

**181.** Найдите все значения $x$, при которых неравенство $x \leqslant 35$ верное и которые при этом делятся: а) на 2; б) на 5; в) на 10.

**182*.** Используя каждую цифру один раз, запишите наибольшее натуральное число, которое делится: а) на 2; б) на 5; в) на 10.

**183*.** Запишите наименьшее натуральное число, состоящее из 10 разных цифр, которое делится: а) на 2; б) на 5; в) на 10.

**184*.** Найдите наибольшее трехзначное число: а) которое при делении на 2 дает остаток 1; б) при делении на 5 дает остаток 3; в) при делении на 10 дает остаток 7.

### К пункту 3.2

**185.** Подумайте, почему не каждое число, которое делится на 3, делится на 9.

**186.** Среди данных чисел: 111, 539, 555, 8205, 288, 378, 713, 8991, 126, 2016 найдите и выпишите все числа, которые делятся: а) на 3; б) на 9.

**187.** Найдите и выпишите все числа между 100 и 210, которые делятся: а) на 3; б) на 9.

**188.** Среди данных чисел найдите и выпишите все числа, которые делятся отдельно на 2, на 3, на 5, на 9, на 10:

а) 15, 40, 86, 215, 1616, 3018, 4581, 2367;
б) 21, 44, 78, 362, 3006, 4005, 4509, 8196;
в) 22, 51, 56, 124, 7000, 7008, 2502, 2520;
г) 30, 52, 76, 136, 1509, 9005, 9006, 91357.

**189.** Запишите по три каких-либо трехзначных и по два каких-либо четырехзначных числа, которые делятся:

а) на 2; б) на 3; в) на 5; г) на 9; д) на 10.

**190.** Допишите справа к числу 3569 цифру так, чтобы получить число, делящееся: а) на 2; б) на 3; в) на 5; г) на 10.

**191.** Можно ли 543 яблока разложить поровну в 3 корзины? Ответ обоснуйте.

**192.** Можно ли 837 яблок разложить поровну в 9 корзин? Ответ обоснуйте.

**193.** Из цифр 8, 0, 3, 7 составьте шесть четырехзначных чисел, делящихся без остатка: а) на 2; б) на 3; в) на 5; г) на 9; д) на 10.

**194.** Запишите наименьшее натуральное трехзначное число, состоящее из разных цифр и делящееся:

а) на 2; б) на 3; в) на 5; г) на 9; д) на 10.

**195.** Дима рассказал, что он 245 марок разложил поровну в три альбома, но ему сказали, что этого сделать нельзя. Как можно так быстро найти ошибку в рассказе Димы?

**196.** Запишите наибольшее трехзначное число, которое делится:

а) на 2 и 3; б) на 3 и 5; в) на 2 и 9; г) на 2, 9 и 5.

**197.** Используя различные цифры, запишите наибольшее натуральное число, делящееся на 2 и на 3.

**198*.** Используя цифры 1, 2 и 3, запишите все возможные трехзначные числа, в которых каждая цифра встречается один раз. Какое из чисел делится на 6?

**199*.** Из лекции Феофана Прокоповича (1677—1736) — ректора Киево-Могилянской Академии: «Чтобы найти сумму чисел первой сотни, делящихся на 3, достаточно первое число прибавить к последнему, сумму умножить на количество чисел, а произведение разделить на 2». Обоснуйте это правило, найдите сумму.

### К пункту 3.3

**200.** Среди данных чисел найдите те, которые имеют два делителя: 65, 89, 233, 322, 631.

**201.** Найдите среди данных чисел простые: 41, 61, 93, 101, 111, 121.

**202.** Найдите пример, в котором в разложении на простые множители допущена ошибка:

$$232=3\cdot3\cdot3\cdot31;\ 244=2\cdot2\cdot2\cdot61;\ 244=61\cdot2\cdot2.$$

**203.** Найдите среди решений неравенств те, которые являются простыми числами:

а) $53+x<60$; б) $107-x<98$; в) $96:x<16$.

**204.** Какое из данных чисел раскладывается на наибольшее количество простых множителей: 48, 73, 100, 32?

**205.** Из чисел 103, 144, 256, 419, 564, 569, 859, 983 выпишите сначала простые, а потом составные числа.

**206.** Докажите, что числа 6256, 1026, 56043 являются составными. Представьте их в виде произведения двух множителей, каждый из которых больше 1.

**207.** Запишите все делители числа 72. Выпишите те из них, которые являются простыми числами.

**208.** Найдите решения неравенств, которые являются простыми числами:

а) $x<28$; б) $x<31$;
в) $150<x<200$; г) $23<x<29$;
д) $89<x<100$; е) $1045<x<1080$.

**209.** Назовите простое четное число. Есть ли еще простые четные числа?

**210.** Может ли площадь квадрата, длина стороны которого выражается натуральным числом, быть простым числом? Почему?

**211.** Может ли периметр прямоугольника, длины сторон которого выражаются натуральными числами, быть простым числом? Почему?

**212.** Может ли периметр треугольника, длины сторон которого выражаются простыми числами, быть простым числом? Приведите примеры.

**213*.** Докажите, что числа, записанные одинаковыми цифрами, делятся на 3 и на 37.

**214*.** Может ли сумма четырех последовательных натуральных чисел быть простым числом? Почему?

**215*.** Найдите среди чисел вида $3n+1$ три числа, кратные 5.

## К пункту 3.4

**216.** Выполните действия:

а) $0{,}4 \cdot 8^3$; б) $4 \cdot 5^3 + 2$; в) $4 \cdot 3^2 - 9 \cdot 0{,}5$.

**217.** Выполните действия:

а) $(0{,}3+1{,}2)^2$; б) $(7{,}2-3{,}2)^3$; в) $41 \cdot (0{,}2)^2$.

**218.** Найдите значение выражения:

а) $a^3+1{,}2$ при $a=4$; 2,5;
б) $(b+1)^2 \cdot 2$ при $b=1{,}5$; 3,5.

**219.** Ребро куба равно 12 см. Найдите объем четырех таких кубов.

**220.** Найдите площадь трех одинаковых квадратов, сторона каждого из которых равна 4,5 см.

**221.** Найдите по формуле объема прямоугольного параллелепипеда $V=a^2 \cdot b$ значение $V$, если $a=0{,}75$ см, $b=2{,}5$ м.

**222*.** У бабушки три дочери, у каждой дочери трое сыновей, у каждого сына также трое сыновей. Сколько правнуков у бабушки?

**223*.** На улице четыре дома, в каждом доме по четыре окна, в каждом окне по четыре стекла. Сколько стекол во всех домах?

**224*.** На яблоне 5 веток, на каждой ветке по 5 веточек, на каждой веточке по 5 яблок. Сколько всего яблок?

**225*.** Шли 7 старцев, несли по 7 посохов, на каждом посохе по 7 мешков, в каждом мешке по 7 кошек, у каждой кошки по 7 котят. Сколько всего котят?

## К пункту 3.5

**226.** Разложите на простые делители:

а) 24, 32, 51, 65, 84;
б) 96, 120, 200, 240, 248, 300, 360, 400.

**227.** Найдите все простые делители чисел:

а) 40, 63, 64, 76, 105, 140, 144, 150;
б) 124, 180, 210, 220.

Назовите наименьший и наибольший простой делитель каждого из этих чисел.

**228.** Найдите все делители чисел:

а) 12, 18, 27, 33, 36, 40;
б) 42, 58, 70, 136, 140, 150.

**229.** Докажите, что каждое из чисел: 6, 28, 496 равно сумме всех его делителей, не принимая во внимание его самого.

**230.** На сколько единиц то число, которое раскладывается на множители 2, 5, 9 и 11, больше того числа, которое раскладывается на слагаемые 2, 5, 9 и 11?

**231.** Число раскладывается на два двузначных простых множителя, разность которых равна 2. Найдите все такие числа.

**232*.** Замените звездочки такими цифрами, чтобы равенство было верным:

а) $577* = *5 \cdot 7 \cdot 11$; б) $8*5 = *3 \cdot 5 \cdot 7$.

**233*.** Из цифр 3, 4, 5 и 6 составьте все трехзначные числа, которые делятся на 15.

## К пункту 3.6

**234.** Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 96 и 84; б) 12 и 18; в) 9 и 12;
г) 36 и 48; д) 72 и 48; е) 70 и 105.

**235.** Запишите все числа, взаимно простые с числом 10, но меньше его. Сколько среди этих чисел простых и сколько составных?

**236.** Во сколько раз наибольший общий делитель чисел 12 и 48 больше, чем наибольший общий делитель чисел 12 и 18?

**237*.** Найдите наибольшую общую меру величин:

а) 3 м 20 см и 20 дм; б) 7 м и 1 м 4 дм;
в) 10 а и 300 м$^2$; г) 1 га и 14 а.

**238*.** Лист бумаги, имеющий форму прямоугольника длиной 60 см и шириной 48 см, разрезали на наибольшие из всех возможных квадратов. Сколько можно вырезать таких квадратов?

**239*.** Прямоугольный параллелепипед, имеющий длину 42 см, ширину 30 см и высоту 18 см, разрезали на одинаковые наибольшие кубы. Сколько будет таких кубов?

### К пункту 3.7

**240.** Запишите несколько чисел, кратных:

а) 15 и 20; б) 8 и 12;
в) 36 и 48; г) 24, 36 и 48.

Среди них найдите наименьшее общее кратное.

**241.** Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 60 и 72; б) 80 и 60; в) 48 и 60;
г) 12, 18 и 25; д) 32, 36 и 72; е) 360, 540 и 640.

**242.** Найдите НОД и НОК чисел:

а) 12 и 20; б) 50 и 80; в) 24 и 108; г) 72 и 48.

**243.** Какое наименьшее число метров ткани должно быть в рулоне, чтобы ее можно было продавать без остатка по 3 м или по 4 м?

**244.** Маленькая коробка вмещает 24 карандаша, а большая — 30 карандашей. Найдите наименьшее количество карандашей, которые можно разложить без остатка как в малые коробки, так и в большие.

**245.** Шестерня заднего колеса велосипеда имеет 6 зубьев, а шестерня, соединенная с педалью велосипеда, 18 зубьев. Какое наименьшее количество оборотов должна сделать педаль велосипеда, чтобы заднее колесо и большая шестерня вернулись в исходное положение?

**246.** Какой наименьшей длины следует сделать заготовки, чтобы их можно было разрезать на пластинки длиной 16 см и 24 см без потери материала?

**247.** Найдите наибольшее (наименьшее) трехзначное число, которое при делении на 5 дает в остатке 4.

**248.** Найдите наименьшее (наибольшее) трехзначное число, которое при делении на 9 дает в остатке 1.

**249*.** Отец Димы работает водителем троллейбуса на 5 маршруте, а мама на 7 маршруте, которые имеют общую конечную остановку. Один рейс пятого маршрута длится 24 мин, а седьмого — 36 мин. Через сколько времени они встречаются на конечной остановке?

**250*.** Для подарков детям купили 80 апельсинов, 240 конфет и 320 орехов. Какое наибольшее количество одинаковых подарков можно сделать и по сколько апельсинов, орехов и конфет будет в каждом подарке?

**251*.** Три автобуса в 6 ч утра отправились с одной станции в три разные рейса. Первый автобус возвращается на станцию через 40 мин, второй — через 1 ч 30 мин, третий — через 1 ч. Через сколько времени все три автобуса встретятся на станции? Через сколько времени первый автобус встретится со вторым на станции? Через сколько времени первый встретится с третьим на станции? Через сколько времени второй автобус встретится с третьим на станции?

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 3

I вариант

1°. Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 52 и 39; б) 240 и 264.

2°. Отыщите наименьшее общее кратное чисел:
а) 36 и 24; б) 21, 35 и 28.

3°. Найдите решения неравенства $32 < x < 40$, которые являются делителями числа 144.

4. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел: 34, 51 и 85.

5. Прямоугольный параллелепипед, имеющий длину 35 см, ширину 14 см и высоту 21 см, разрезали на одинаковые наибольшие кубы. Сколько кубов получилось?

6. Найдите решение неравенства $20 < x < 30$, являющееся наибольшим общим делителем чисел 52 и 78.

II вариант

1°. Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 28 и 42; б) 130 и 143.

2°. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 26 и 39; б) 16, 40, 32.

3°. Найдите решения неравенства $30 < x < 39$, являющиеся делителями числа 175.

4. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел: 36, 54 и 90.

5. По окружности одновременно начинают двигаться три шарика. Первый возвращается в исходную точку через 12 с, второй — через 15 с, третий — через 20 с. Через какое наименьшее время шарики снова все вместе будут в исходной точке?

6. Найдите решение неравенства $20 < x < 30$, являющееся наибольшим общим делителем чисел 54 и 81.

## 4. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

### 4.1. ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

Рассмотрим отрезок $AB$ длиной 1 дм (рис. 44). Разделим его на две равные части, тогда $AC = BC = 5$ см $= \frac{1}{2}$ дм (рис. 44, *а*). Если отрезок $AB$ разделить на 10

равных частей, то $AC = BC = \frac{5}{10}$ дм $= 5$ см (рис. 44, *б*). Если $AB$ разделить на 4 равные части, то $AC = BC = \frac{2}{4}$ дм $= 5$ см (рис. 44, *в*). Если отрезок $AB$ разделить на 20 равных частей, то $AC = BC = \frac{10}{20}$ дм $= 5$ см (рис. 44, *г*).

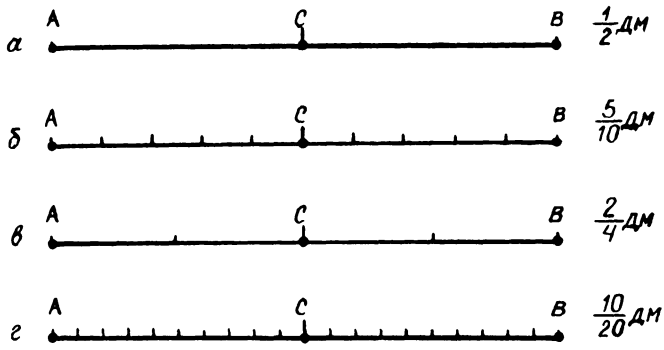



Рис. 44

Таким образом,

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = \frac{2}{4} = \frac{10}{20},$$

или

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 10}{2 \cdot 10},$$

и наоборот

$$\frac{10}{20} = \frac{10 : 10}{20 : 10} = \frac{5 : 5}{10 : 5} = \frac{1}{2}.$$

Записанные дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{10}{20}$ отличаются формой записи, но нетрудно понять, что все они равны по величине. Объясните почему.

*Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получим дробь, равную данной.*

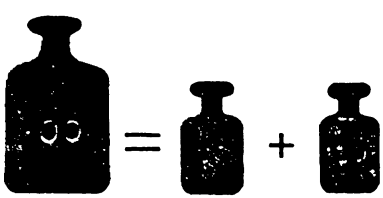
Это свойство называют *основным свойством дроби*. Деление числителя и знаменателя дроби на их общий делитель (отличный от единицы) называется *сокращением дроби*.

Не всякую дробь можно сократить. Например, дробь $\frac{5}{8}$ нельзя сократить, поскольку ее числитель и знаменатель не имеют общих делителей, кроме 1. Не сокращаются и дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{100}$, то есть такие, числитель которых равен 1.

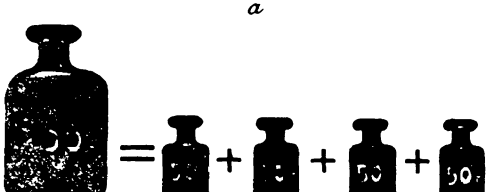
Дробь, которую нельзя сократить, называется *несократимой*.

Равные дроби, являющиеся разными записями одного числа, проиллюстрируем такой ситуацией: одну гирю 200 г заменили двумя гирями по 100 г (рис. 45, *а*):

$$\frac{1}{5}\text{ кг} = \frac{2}{10}\text{ кг};$$



*а*



*б*

Рис. 45

другую гирю 200 г заменили четырьмя гирями по 50 г (рис. 45, *б*):

$$\frac{1}{5}\text{ кг} = \frac{4}{20}\text{ кг}.$$

Итак,

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{4}{20}.$$

## 4.2. СРАВНЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Когда сравнивают между собой две произвольные величины, то одна из них или равна второй, или больше второй, или меньше ее.

**Задание 1.** Рассмотрите рисунок 46 и сравните:

а) $\frac{7}{10}$ дм и $\frac{4}{5}$ дм; б) $\frac{3}{10}$ дм и $\frac{2}{5}$ дм;

в) $\frac{3}{5}$ дм и $\frac{3}{4}$ дм.

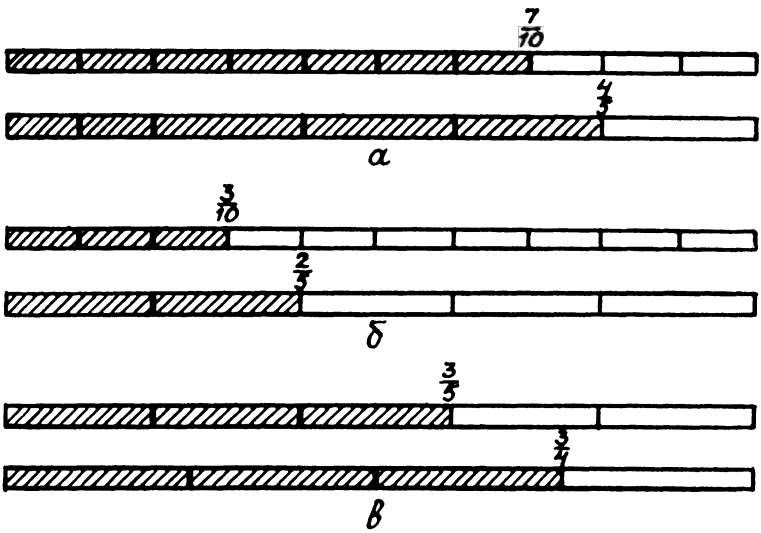



Рис. 46

**Задание 2.** Что больше:

а) $\frac{2}{10}$ дм или $\frac{4}{15}$ дм; б) $\frac{6}{10}$ дм или $\frac{3}{5}$ дм;

в) $\frac{7}{50}$ дм или $\frac{3}{20}$ дм?

Мы знаем, что дроби с одинаковыми знаменателями или числителями сравнивать легко. Поэтому каждую пару дробей преобразуем так, чтобы у них были равными знаменатели или числители:

$$\frac{7}{10}\text{ дм} < \frac{8}{10}\text{ дм}; \quad \frac{3}{10}\text{ дм} < \frac{4}{10}\text{ дм}; \quad \frac{3}{5}\text{ дм} < \frac{3}{4}\text{ дм};$$

$$\frac{4}{20}\text{ дм} < \frac{4}{15}\text{ дм}; \quad \frac{6}{10}\text{ дм} = \frac{6}{10}\text{ дм}; \quad \frac{14}{100}\text{ дм} < \frac{15}{100}\text{ дм}.$$

Чтобы сравнить обыкновенные дроби, достаточно привести их к общему знаменателю или общему числителю, в зависимости от того, что легче сделать.

Пусть нужно дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{17}{20}$ разместить в порядке возрастания их величины.

Сравнивая первую дробь со второй: $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$, мы понимаем, что половина больше одной трети, потому что в первом случае величина разделена на 2 равные части, а во втором случае — на три равные части, но какая между ними разница, ответить трудно. Другое дело — вторая и третья дроби $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$. Их сравнивать легко, потому что сразу видно, что вторая дробь меньше третьей на одну треть.

Подумайте, как выполнить предложенное задание.

## 4.3. ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ

Чтобы сравнить дроби, чаще всего их преобразуют так, чтобы знаменатели были равными. Это можно делать, пользуясь основным свойством дроби, то есть,

если в несколько раз увеличим знаменатель, то, чтобы не изменилась величина дроби, нужно во столько же раз увеличить и ее числитель. Говорят, что дроби с разными знаменателями можно *приводить к общему знаменателю.*

Первым шагом приведения дробей к общему знаменателю является нахождение общего кратного знаменателей. Для простоты вычислений целесообразно находить *наименьший* знаменатель, которым является НОК знаменателей.

В нашем примере НОК $(2, 3, 4, 5, 10, 20) = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 60$.

Запишем данные дроби одну под другой, равные по величине дроби запишем в одном столбике:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$, | $\frac{1}{3}$, | $\frac{2}{3}$, | $\frac{1}{4}$, | $\frac{3}{4}$, |
| $\frac{1 \cdot 30}{2 \cdot 30}$, | $\frac{1 \cdot 20}{3 \cdot 20}$, | $\frac{2 \cdot 20}{3 \cdot 20}$, | $\frac{1 \cdot 15}{4 \cdot 15}$, | $\frac{3 \cdot 15}{4 \cdot 15}$, |
| $\frac{30}{60}$, | $\frac{20}{60}$, | $\frac{40}{60}$, | $\frac{15}{60}$, | $\frac{45}{60}$, |

---

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{5}$, | $\frac{3}{5}$, | $\frac{7}{10}$, | $\frac{6}{10}$, | $\frac{17}{20}$, |
| $\frac{1 \cdot 12}{5 \cdot 12}$, | $\frac{3 \cdot 12}{5 \cdot 12}$, | $\frac{7 \cdot 6}{10 \cdot 6}$, | $\frac{6 \cdot 6}{10 \cdot 6}$, | $\frac{17 \cdot 3}{20 \cdot 3}$, |
| $\frac{12}{60}$, | $\frac{36}{60}$, | $\frac{42}{60}$, | $\frac{36}{60}$, | $\frac{51}{60}$. |

Разместим дроби в порядке их возрастания:

$$\frac{12}{60}, \frac{15}{60}, \frac{20}{60}, \frac{30}{60}, \frac{36}{60}, \frac{40}{60}, \frac{42}{60}, \frac{45}{60}, \frac{51}{60},$$

или

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5} = \frac{6}{10}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{3}{4}, \frac{17}{20}.$$

*Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, нужно:*

а) *найти наименьшее общее кратное знаменателей;*

б) *для каждого знаменателя определить дополнительный множитель;*

в) *числитель и знаменатель каждой дроби умножить на соответствующий дополнительный множитель.*

## 4.4. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

Мы уже складывали и вычитали дроби с равными знаменателями:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b};\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

$$(a>c \text{ или } a=c).$$

Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, нужно привести их к наименьшему общему знаменателю, выполнить сложение (вычитание) их числителей и подписать общий знаменатель:

$$\frac{3}{8}+\frac{5}{6}+\frac{7}{12}=\frac{9}{24}+\frac{20}{24}+\frac{14}{24}=\frac{43}{24}=1\frac{19}{24};$$

$$\frac{14}{15}-\frac{7}{10}=\frac{14\cdot 2}{30}-\frac{7\cdot 3}{30}=\frac{28}{30}-\frac{21}{30}=\frac{7}{30}.$$

**Задание 1.** Проверьте, правильно ли выполнили действия сложения и вычитания дробей два ученика. Какой из учеников рациональнее выполнил действия?

| Первый ученик | Второй ученик |
|---|---|
| а) $\frac{5}{8}+\frac{1}{6}=\frac{15}{24}+\frac{4}{24}=$ $=\frac{19}{24}$; | а) $\frac{5}{8}+\frac{1}{6}=\frac{30+8}{48}=$ $=\frac{38}{48}=\frac{19}{24}$; |
| б) $\frac{5}{6}-\frac{4}{9}=\frac{15}{18}-\frac{8}{18}=\frac{7}{18}$; | б) $\frac{5}{6}-\frac{4}{9}=\frac{30-16}{36}=\frac{14}{36}$; |

в) $4\frac{2}{3}+5\frac{3}{4}=4\frac{8}{12}+$
$+5\frac{9}{12}=9\frac{17}{12}=10\frac{5}{12}$;

г) $4\frac{7}{10}-1\frac{4}{15}=4\frac{21}{30}-$
$-1\frac{8}{30}=3\frac{13}{30}$;

д) $2\frac{3}{4}-\frac{5}{6}=2\frac{9}{12}-\frac{10}{12}=$
$=1\frac{21-10}{12}=1\frac{11}{12}$;

е) $6-1\frac{4}{7}=5\frac{7}{7}-1\frac{4}{7}=$
$=4\frac{3}{7}$;

ж) $10\frac{4}{9}-\frac{5}{6}=10\frac{8}{18}-$
$-\frac{15}{18}=9\frac{26}{18}-\frac{15}{18}=9\frac{11}{18}$

в) $4\frac{2}{3}+5\frac{3}{4}=9\frac{8+9}{12}=$
$=9\frac{17}{12}=10\frac{5}{12}$;

г) $4\frac{7}{10}-1\frac{4}{15}=$
$=3\frac{21-8}{30}=3\frac{13}{30}$;

д) $2\frac{3}{4}-\frac{5}{6}=\frac{11}{4}-\frac{5}{6}=$
$=\frac{33-10}{12}=\frac{23}{12}=1\frac{11}{12}$;

е) $6-1\frac{4}{7}=5-\frac{4}{7}=$
$=4\frac{7}{7}-\frac{4}{7}=4\frac{3}{7}$;

ж) $10\frac{4}{9}-\frac{5}{6}=$
$=10\frac{24-45}{54}=9\frac{78-45}{54}=$
$=9\frac{33}{54}=9\frac{11}{18}$.

**Задание 2.** Проверьте справедливость переместительного свойства сложения $a+b=b+a$ на примерах:

а) при $a=\frac{9}{20}$, $b=\frac{7}{15}$;

б) при $a=1\frac{5}{12}$; $b=4\frac{3}{8}$;

в) при $a=7$, $b=1\frac{3}{4}$;

г) при $a=7\frac{3}{5}$, $b=2\frac{7}{10}$.

**Задание 3.** Проверьте справедливость сочетательного свойства сложения $a+(b+c)=(a+b)+c$ на примерах:

а) при $a=\frac{7}{10}$; $b=\frac{8}{15}$, $c=\frac{3}{5}$.

б) при $a=1\frac{5}{8}$, $b=\frac{7}{12}$, $c=4\frac{5}{6}$.

## 4.5. ОБРАЩЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ В ДЕСЯТИЧНЫЕ

При решении различных задач мы встречаемся с такими случаями, когда в задачу входят и обыкновенные и десятичные дроби. В этих случаях можно: преобразовать десятичную дробь в обыкновенную или преобразовать обыкновенную дробь в десятичную.

Обратить десятичную дробь в обыкновенную довольно просто. Для этого достаточно соответствующую десятичную дробь записать со знаменателем. Например,

$0{,}7=\frac{7}{10}$; $0{,}08=\frac{8}{100}=\frac{2}{25}$.

Обращение обыкновенной дроби в десятичную удобно осуществить путем деления числителя на знаменатель. Преобразуем в десятичную дробь такие дроби: $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{8}$.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 4 \\ \hline 0 & 0{,}75 \\ \hline 30 & \\ 28 & \\ \hline 20 & \\ 20 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \frac{3}{4}=0{,}75$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 8 \\ \hline 48 & 0{,}625 \\ \hline 20 & \\ 16 & \\ \hline 40 & \\ 40 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \frac{5}{8}=0{,}625$$

**Таким образом, чтобы обратить обыкновенную дробь в десятичную, достаточно разделить числитель обыкновенной дроби на его знаменатель.**

## 4.6. ДЕСЯТИЧНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ

Обыкновенную дробь не всегда можно обратить в точную десятичную дробь. Например, дробь $\frac{8}{15}$ нельзя

точно обратить в десятичную. В результате деления получают бесконечную десятичную дробь.

$$\begin{array}{r|l} 80 & 15 \\ \cline{2-2} 75 & 0{,}5333\ldots \\ \cline{1-1} 50 & \\ 45 & \\ \cline{1-1} 50 & \\ 45 & \\ \cline{1-1} 50 & \\ 45 & \\ \cline{1-1} 5 & \end{array} \qquad \frac{8}{15}=0{,}5333\ldots$$

В таких случаях можно говорить только о приближенном обращении обыкновенных дробей в десятичные.

Например: $\frac{8}{15}=0{,}5333\ldots\approx 0{,}53\approx 0{,}5$; $\frac{11}{30}=0{,}3666\ldots\approx$ $\approx 0{,}36\approx 0{,}4$; $\frac{313}{990}=0{,}31616\ldots\approx 0{,}32$.

Бесконечная десятичная дробь, у которой одна или несколько цифр повторяются в одной и той же последовательности, называется *периодической дробью.*

Периодические дроби бывают *чистыми* и *смешанными.* Чистой периодической дробью называется такая дробь, период которой начинается сразу после запятой, например 0,272727..., смешанной — такая, у которой между запятой и первым периодом имеется одна или несколько неповторяющихся цифр, например, $\frac{11}{12}=$ $=0{,}91666\ldots=0{,}91(6)$. Записывать периодические десятичные дроби принято сокращенно: вместо 0,272727... пишут 0,(27), вместо 0,91666... пишут 0,91(6), то есть период записывают в скобках.

Например: $0{,}333\ldots=0{,}(3)$ — дробь с периодом 3; $0{,}141414\ldots=0{,}(14)$ — дробь с периодом 14; $\frac{2}{11}=0{,}181818\ldots=0{,}(18)$ — дробь с периодом 18.

### Вопросы для самопроверки и повторения

**1.** Сформулируйте основное свойство дроби.

**2.** Что называют сокращением дроби?

**3.** Какую дробь называют несократимой?

**4.** Какими способами можно сравнивать дроби?

**5.** Как сравнить дроби приведением их к общему знаменателю?

**6.** Как сравнить дроби приведением их к общему числителю?

**7.** Как найти общий знаменатель нескольких дробей с разными знаменателями?

**8.** Как найти наименьший общий знаменатель?

**9.** Сформулируйте правило сложения дробей.

**10.** Сформулируйте правило вычитания дробей.

**11.** Как из целого числа вычесть дробь?

**12.** Как выполнить сложение (вычитание) смешанных чисел?

**13.** Как из числа вычесть сумму чисел?

**14.** Как из числа вычесть разность двух чисел?

**15.** Сформулируйте переместительное свойство сложения.

**16.** Сформулируйте сочетательное свойство сложения.

**17.** Как найти неизвестное слагаемое?

**18.** Как найти неизвестное уменьшаемое?

**19.** Как найти неизвестное вычитаемое?

**20.** Как обратить обыкновенную дробь в десятичную?

**21.** Что такое бесконечная десятичная дробь?

**22.** Какая дробь называется периодической?

**23.** Как записывают периодические дроби?

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 4.1

**252.** Умножьте числитель и знаменатель каждой из дробей $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ на 3. Запишите равенства.

**253.** Разделите числитель и знаменатель каждой дроби $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{20}{100}$, $\frac{15}{100}$, $\frac{50}{100}$, $\frac{10}{50}$, $\frac{30}{200}$ на 5. Запишите равенства.

**254.** Запишите несколько дробей, равных $\frac{1}{2}$.

**255.** Сократите дроби:

а) $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{10}{14}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{4}{12}$;

б) $\frac{5}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{50}{100}$, $\frac{20}{100}$, $\frac{10}{100}$, $\frac{25}{100}$, $\frac{75}{100}$.

**256.** Сократите дроби и исключите из каждой целое число:

а) $\frac{8}{6}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{50}{40}$, $\frac{48}{16}$, $\frac{24}{16}$, $\frac{24}{8}$;

б) $\frac{18}{10}$, $\frac{24}{20}$, $\frac{42}{20}$, $\frac{33}{30}$, $\frac{110}{100}$, $\frac{240}{100}$, $\frac{244}{100}$.

**257.** Какую часть метра составляют 75 см, 30 см, 60 см, 80 см?

**258.** Какую часть суток составляют 8 ч, 6 ч, 3 ч, 18 ч?

**259.** Какую часть часа составляют 45 мин, 12 мин, 15 мин, 40 мин, 35 мин?

**260.** Какую часть килограмма составляют 12 г, 250 г, 500 г, 750 г?

**261.** Начертите координатную прямую и отметьте точки, соответствующие числам: $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{30}{20}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{15}{10}$, $\frac{75}{100}$.

**262.** При каком значении $x$ равенство будет верным:

а) $\frac{12}{x}=\frac{3}{4}$; б) $\frac{1}{5}=\frac{x}{45}$; в) $\frac{60}{100}=\frac{x}{5}$;

г) $\frac{5}{100}=\frac{3}{x}$; д) $\frac{x}{5}=\frac{20}{100}$; е) $\frac{13}{65}=\frac{x}{5}$.

**263.** Дробь сначала сократили на 2, затем на 3, далее на 5. На какое число можно было сразу сократить дробь?

**264.** Выразите дроби $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ в частях, в 5 раз меньших данных.

**265.** Раздробите $\frac{1}{5}$ в десятые, в двадцатые, в сороковые, в сотые части.

**266*.** Один ученик за письменную работу получил двойку, второй — пятерку, хотя ответы в примерах у них одинаковые. Найдите ошибку в рассуждениях одного из этих учеников.

| Первый ученик | Второй ученик |
|---|---|
| а) $\frac{2\cancel{6}}{\cancel{6}5}=\frac{2}{5}$; | а) $\frac{26}{65}=\frac{2\cdot 13}{5\cdot 13}=\frac{2}{5}$; |
| б) $\frac{1\cancel{9}}{\cancel{9}5}=\frac{1}{5}$; | б) $\frac{19}{95}=\frac{1\cdot 19}{5\cdot 19}=\frac{1}{5}$; |
| в) $\frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4}=\frac{1}{4}$. | в) $\frac{16}{64}=\frac{1\cdot 16}{4\cdot 16}=\frac{1}{4}$. |

### К пункту 4.2

**267.** Что меньше:

а) $\frac{1}{30}$ или $\frac{1}{29}$; б) $\frac{7}{8}$ или $\frac{7}{6}$; в) $\frac{8}{10}$ или $\frac{8}{11}$;

г) $\frac{5}{8}$ или $\frac{7}{8}$; д) $\frac{9}{10}$ или $\frac{13}{10}$; е) $\frac{14}{100}$ или $\frac{83}{100}$?

**268.** Что больше:

а) $\frac{3}{7}$ или $\frac{5}{7}$; б) $\frac{87}{100}$ или $\frac{87}{90}$;

в) $\frac{11}{20}$ или $\frac{11}{18}$; г) $\frac{13}{24}$ или $\frac{17}{24}$;

д) $\frac{7}{12}$ или $\frac{5}{12}$?

**269.** Докажите неравенство:

а) $\frac{11}{100} > \frac{1}{10}$; б) $\frac{101}{400} > \frac{1}{4}$; в) $\frac{11}{20} > \frac{11}{25}$;

г) $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$; д) $\frac{7}{9} < \frac{7}{8}$.

**270.** Приведите дроби к наименьшему общему числителю и разместите их в порядке возрастания величины:

а) $\frac{6}{7}$ и $\frac{12}{11}$; б) $\frac{8}{15}$ и $\frac{2}{5}$; в) $\frac{3}{7}$ и $\frac{6}{11}$;

г) $\frac{5}{9}$ и $\frac{10}{13}$; д) $\frac{8}{25}$ и $\frac{6}{19}$; е) $\frac{6}{13}$ и $\frac{4}{15}$;

ж) $\frac{6}{11}$, $\frac{4}{13}$, $\frac{4}{17}$ и $\frac{12}{17}$; з) $\frac{15}{16}$, $\frac{10}{11}$, $\frac{2}{11}$ и $\frac{6}{7}$.

## К пункту 4.3

**271.** Сколько содержится:

а) восьмых в $\frac{3}{4}$; б) пятнадцатых в $\frac{7}{3}$;

в) пятнадцатых в $\frac{7}{5}$; г) сотых в $\frac{1}{4}$;

д) десятых в $\frac{3}{5}$; е) сотых в $\frac{1}{2}$?

**272.** Раздробите половину в четвертые, в десятые, в двадцатые части.

**273.** Запишите сначала $\frac{1}{4}$, а затем $\frac{3}{4}$ в виде дробей, знаменатели которых равны 8, 20, 40, 50.

**274.** Выразите в одинаковых частях такие пары дробей:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{8}$; б) $\frac{3}{6}$ и $\frac{3}{4}$; в) $\frac{3}{10}$ и $\frac{4}{15}$;

г) $\frac{37}{50}$ и $\frac{7}{20}$; д) $\frac{47}{200}$ и $\frac{23}{50}$; е) $\frac{7}{12}$ и $\frac{7}{8}$.

**275.** Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{4}$; б) $\frac{7}{6}$ и $\frac{5}{8}$; в) $\frac{7}{8}$ и $\frac{11}{12}$;

г) $\frac{3}{10}$ и $\frac{8}{15}$; д) $\frac{13}{20}$ и $\frac{17}{30}$; е) $\frac{49}{50}$ и $\frac{87}{150}$;

ж) $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{12}$ и $\frac{4}{9}$; з) $\frac{3}{20}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{70}$.

**276.** Площадь Каневского заповедника составляет около $\frac{1}{60400}$ части всей площади Украины, Полесского заповедника — около $\frac{1}{30200}$, заповедника Аскания-Нова — $\frac{11}{60400}$, Черноморского заповедника — $\frac{19}{24160}$, Карпатского заповедника — $\frac{13}{60400}$. Разместите данные числа по величине, начиная с наибольшего.

**277.** Один рабочий может закончить работу за 20 ч, второй — за 12 ч, а третий — за 15 ч. Какую часть работы каждый рабочий может выполнить за один час? Выразите эти числа в одинаковых частях всей работы и разместите их по величине, начиная с наименьшего.

**278.** Разместите дроби в порядке их возрастания:

а) $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{41}{45}$, $\frac{5}{6}$;

б) $\frac{2}{11}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{9}{17}$, $\frac{6}{13}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{4}{17}$, $\frac{8}{21}$.

**279.** Разместите дроби в порядке их убывания:

а) $\frac{3}{11}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{12}{13}$, $\frac{18}{13}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{19}$, $\frac{36}{37}$;

б) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{1}{2}$;

в) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{24}$.

**280*.** Трехметровое бревно распилили на 8 равных частей, а четырехметровое на 10. Части какого бревна длиннее? Сколько распилов нужно сделать в каждом случае?

**281.** Через первую трубу бассейн наполняется за 10 ч, а через вторую за 4 ч. Какая труба дает меньше воды — вторая за 3 ч или первая за 7 ч?

**282*.** За 3 мин бревно распилили на полуметровые части, причем каждый распил занимал 1 мин. Найдите длину бревна.

**283*.** Во сколько раз ступеньки на шестой этаж дома длиннее ступенек на второй этаж этого же дома?

## К пункту 4.4

**284.** Вычислите:

а) $\frac{3}{8}+\frac{7}{9}$; $\frac{7}{12}-\frac{3}{8}$; $\frac{1}{9}+\frac{3}{4}$;

б) $\frac{3}{4}+\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$; $\frac{11}{12}-\frac{7}{8}$;

в) $\frac{11}{18}-\frac{4}{9}$; $\frac{8}{15}-\frac{3}{5}$; $\frac{9}{10}+\frac{7}{15}$;

г) $\frac{4}{5}-\frac{1}{2}$; $\frac{17}{15}+\frac{7}{20}$; $\frac{7}{15}+\frac{17}{25}$;

д) $\frac{11}{18}-\frac{17}{45}$; $\frac{28}{100}+\frac{39}{50}$; $\frac{18}{25}-\frac{13}{20}$;

е) $\frac{3}{7}-\frac{2}{5}$; $\frac{5}{8}+\frac{3}{5}$; $\frac{23}{24}-\frac{7}{16}$.

**285.** Вычислите:

а) $\left(42-39\frac{3}{4}\right)+\left(1\frac{5}{6}-\frac{3}{8}\right)$;

б) $100{,}1-\left(7{,}3-4\frac{2}{5}\right)$;

в) $15\frac{3}{4}-\left(2\frac{7}{8}-1\frac{5}{6}\right)$;

г) $\frac{11}{15}-\frac{3}{10}+\left(\frac{7}{25}-\frac{3}{100}\right)$;

**д)** $\left(19{,}1-9\frac{1}{5}\right)+\left(7\frac{3}{4}-1\frac{7}{8}\right)$;

е) $12\frac{7}{10}-3\frac{1}{2}-\left(4\frac{1}{2}-3\frac{3}{4}\right)$.

**286.** Вычислите двумя способами:

а) $10\frac{5}{6}+5\frac{1}{3}-2\frac{1}{6}$;

б) $4\frac{5}{12}+13\frac{4}{5}-3\frac{1}{6}$;

в) $\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{7}\right)+\frac{2}{3}-\frac{3}{7}$;

г) $\left(15\frac{3}{4}+4\frac{7}{8}\right)-3\frac{3}{4}$;

д) $12\frac{7}{8}-\left(4\frac{5}{6}-1\frac{5}{8}\right)$;

е) $11\frac{10}{15}-\left(9\frac{6}{15}-1\frac{7}{8}\right)$.

**287.** Выполните действия наиболее удобным способом:

а) $4\frac{7}{10}+2\frac{8}{15}-1\frac{3}{10}+1\frac{7}{15}$;

б) $4\frac{7}{9}+1\frac{5}{6}+1\frac{2}{5}-\frac{1}{6}$;

в) $5\frac{7}{12}+4\frac{7}{8}-1\frac{3}{8}-2\frac{1}{12}$;

г) $5\frac{13}{15}+4\frac{3}{5}-1\frac{8}{15}-4{,}1$.

**288.** Выполните вычитание и сделайте проверку сложением:

а) $2-\frac{5}{6}$; $4\frac{3}{4}-1\frac{5}{6}$; $1\frac{1}{4}-\frac{7}{8}$; $2\frac{1}{2}-0{,}5$; $1{,}5-\frac{7}{10}$;

б) $5-\frac{3}{8}$; $9\frac{3}{5}-4\frac{9}{10}$; $1\frac{1}{2}-0{,}8$; $4-1\frac{7}{20}$; $7\frac{3}{8}-3\frac{5}{6}$;

в) $3\frac{1}{2}-1\frac{4}{5}$; $4\frac{1}{2}-2{,}7$; $7\frac{1}{3}-4\frac{3}{4}$; $5\frac{1}{4}-1{,}5$; $6\frac{3}{10}-0{,}9$.

**289.** Найдите наибольшую сумму:

а) $3\frac{1}{15}+1\frac{1}{4}$; б) $4\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$; в) $1\frac{19}{20}+3\frac{1}{20}$.

**290.** Найдите наименьшую разность:

а) $3\frac{3}{4}-1\frac{5}{6}$; б) $7\frac{3}{8}-5\frac{5}{6}$; в) $8\frac{3}{10}-6\frac{11}{15}$.

**291.** Решите уравнение:

а) $x+2{,}8=4\frac{1}{4}$; б) $a-6\frac{5}{6}=\frac{2}{9}$;

в) $11\frac{1}{4}+x=14$; г) $x-1\frac{1}{4}=1\frac{5}{6}$;

д) $4\frac{1}{5}+a=8{,}4$; е) $10\frac{3}{5}-b=1\frac{7}{15}$;

ж) $4\frac{1}{2}-x=1\frac{3}{4}$; з) $8{,}9-a=1\frac{2}{5}$;

и) $b-\frac{3}{4}=1\frac{5}{6}$.

**292.** Для каких натуральных значений букв верно неравенство:

а) $\frac{7}{8}<x<5\frac{3}{4}$; б) $\frac{9}{8}<x<4{,}5$;

в) $28\frac{1}{4} < x < 29$; г) $0{,}1 < x < 1\frac{4}{5}$;

д) $\frac{1}{5} < x < 1{,}1$; е) $4\frac{3}{4} < x < 9{,}1$.

**293.** Разность двух чисел равна $3\frac{2}{5}$, вычитаемое $4\frac{2}{3}$. Найдите уменьшаемое.

**294.** Когда из неизвестного числа вычли дробь $\frac{3}{10}$, получили 1,4. Найдите это число.

**295.** Из какого числа нужно вычесть 1,25, чтобы получилась дробь $\frac{7}{8}$?

**296.** Длина сада прямоугольной формы 50,2 м, а ширина на $15\frac{1}{2}$ м меньше длины. Какой длины забор вокруг сада?

**297.** После того, как из одного ящика переложили в другой $4\frac{3}{4}$ кг яблок, в каждом стало по 16 кг яблок. Сколько яблок было сначала в каждом ящике?

**298.** Решите уравнение:

а) $\left(x - 3\frac{1}{2}\right) + 2\frac{3}{4} = 10\frac{3}{4}$;

б) $\left(11\frac{3}{6} - x\right) - 1\frac{5}{6} = 4\frac{7}{8}$;

в) $7\frac{5}{8} - \left(14\frac{5}{12} - x\right) = 1{,}4$;

г) $13\frac{7}{15} - (x - 2{,}3) = \frac{2}{5}$;

д) $14\frac{1}{2} - \left(x + 5\frac{2}{5}\right) = 4\frac{3}{4}$;

е) $\left(x - 2\frac{1}{2}\right) - 1\frac{1}{4} = 4\frac{5}{6}$.

**299.** Из какого числа нужно вычесть $5\frac{1}{10}$, чтобы разностью было число, равное сумме дробей $\frac{9}{20}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{2}$?

**300.** Из неизвестного числа два раза вычли по $7\frac{1}{4}$, после чего осталось $3\frac{2}{5}$. Найдите неизвестное число.

**301.** От мотка проволоки длиной 30,8 м отрезали $9\frac{3}{4}$ м, а потом еще $10\frac{1}{3}$ м. Сколько проволоки осталось в мотке?

**302.** Работа была выполнена за три дня. В первый день выполнили $\frac{4}{15}$ всей работы, во второй день $\frac{3}{10}$ работы. Какую часть работы выполнили в третий день?

**303.** Через один открытый кран ванна наполняется за 15 мин, через другой — за 10 мин. Какая часть ванны заполнится за 1 мин, за 2 мин, за 5 мин, если будут открыты оба крана?

**304.** В магазин привезли овощи: $\frac{1}{5}$ всех овощей составляет свекла, 15 % — огурцы, 35 % — помидоры, а остальное — морковь. Какую часть всех привезенных в магазин овощей составляет морковь?

**305.** Периметр треугольника $P$ дм. Одна сторона треугольника равна $12\frac{3}{5}$ м, а вторая на $2\frac{3}{20}$ дм короче. Составьте выражение для вычисления третьей стороны. Найдите ее при: а) $P=28\frac{13}{20}$ м; б) $P=31$ м.

**306.** В Украине в 1989 г. на душу населения выращено 1,41 т зерна и картофеля, причем картофеля выращено на $6\frac{1}{2}$ ц меньше, чем зерна. Сколько центнеров зерна и картофеля отдельно вырастили на душу населения в Украине в 1989 г?

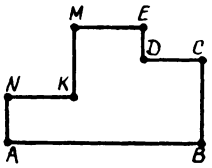


Рис. 47

**307*.** На рисунке 47 $AB=7\frac{1}{2}$ м, $BC=2\frac{1}{4}$ м, $DE=1\frac{1}{4}$ м. Вычислите периметр фигуры.

**308*.** Как изменится значение дроби, если ее числитель увеличить на знаменатель?

**309*.** Как изменится значение дроби, если к ее знаменателю прибавить число, равное знаменателю?

**310*.** Как изменится значение дроби, если ее числитель и знаменатель увеличить на 1; на 2?

## К пункту 4.5

**311.** Выразите в виде десятичных дробей:

а) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{25}, \frac{3}{25}, \frac{7}{25}, \frac{1}{60}, \frac{17}{50}, \frac{3}{8}$;

б) $\frac{4}{5}, \frac{3}{20}, \frac{21}{20}, \frac{1}{40}, \frac{39}{40}, \frac{43}{40}, \frac{1}{125}, \frac{101}{125}, \frac{126}{125}, \frac{41}{80}, \frac{3}{8}$.

**312.** Запишите дроби со знаменателями и, если можно, сократите:

а) 0,28, 0,4, 0,17, 0,125, 0,48, 0,25, 0,96, 0,08, 0,06;

б) 0,225, 0,075, 0,008, 4,254, 24,125, 106,025, 1,005, 1,0005.

**313.** Выполните действия:

а) $10\frac{3}{8}-\left(6{,}8+2\frac{3}{4}\right)$;

б) $\left(\frac{4}{15}+0{,}3\right)+\left(1-\frac{3}{20}\right)$;

в) $\left(0{,}6+\frac{3}{4}\right)-\frac{7}{20}+0{,}7$;

г) $\left(\frac{4}{7}-0{,}5\right)+\frac{5}{14}+1{,}4$;

д) $1{,}75-\left(0{,}125+\frac{3}{4}\right)$;

е) $1{,}725+\left(\frac{3}{2}+0{,}6\right)-\frac{3}{5}$.

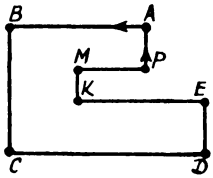


Рис. 48

**314.** Решите уравнение:

а) $\left(x+\frac{4}{5}\right)-0{,}25=2\frac{1}{4}$; б) $\left(\frac{3}{2}+x\right)+0{,}8=4\frac{2}{5}$;

в) $4{,}6-(6{,}8-x)=\frac{3}{5}$; г) $1\frac{7}{20}-(x+0{,}75)=\frac{1}{4}$.

**315*.** Игра на местности проходила по маршруту *ABCDEKMPA* (рис. 48). Старт и финиш были в точке *A*. Вычислите длину маршрута, по которому проходила игра, если $BC=\frac{3}{5}$ км, $CD=1{,}1$ км и $MP=200$ м.

## К пункту 4.6

**316.** Прочитайте такие периодические дроби:

а) 0,777..., 1,333..., 0,666..., 0,323232..., 4,454545...;
б) 0,3444..., 5,2333..., 1,25333..., 4,126666...;
в) 0,(3), 4,3(4), 0,0(3), 0,(23), 2,(345), 2,0(34).

**317.** Обратите в десятичные дроби с точностью до 0,01:

а) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{3}{25}$;

б) $\frac{11}{12}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{15}{17}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{40}{21}$, $\frac{40}{56}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{11}{6}$.

**318.** Решите уравнения с точностью до 0,01:

а) $12x=17$, $4x=7$, $2x-0{,}5=4\frac{3}{4}$;

б) $2x=3$, $4x=3$, $6x-0{,}5=4\frac{3}{4}$;

в) $3x=10$, $3x=11$, $4-3x=2$.

**319.** Площадь прямоугольного участка земли равна 3720 $м^2$, длина одной стороны 86 м. Вычислите длину второй стороны с точностью до 0,1.

**320.** Вычислите площадь основания прямоугольного параллелепипеда с точностью до 0,1, если его объем 123 $дм^3$, а высота 2 м 3 дм.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 4

**I вариант**

**1°.** Выполните действия:

а) $\frac{11}{12}+\left(4\frac{7}{8}-2\frac{5}{6}\right)$; б) $4\frac{11}{15}-\left(4-2\frac{9}{10}\right)$.

**2°.** Решите уравнение:

а) $\frac{1}{5}+x=1\frac{4}{15}$; б) $\frac{2}{3}-y=\frac{5}{9}$.

**3°.** Для каких натуральных значений $x$ верно неравенство: $4\frac{5}{6}<x<7\frac{3}{4}$?

**4°.** На одном автомобиле 4,1 т груза, а на другом на $1\frac{2}{5}$ т меньше. Сколько тонн груза на обоих автомобилях?

**5.** Школьный бассейн наполняется через первую трубу за 4 ч, а через вторую — за 6 ч. Какую часть бассейна осталось заполнить, если обе трубы работали в течение часа?

**6.** Выполните действия: $6\frac{5}{16}-\left(2\frac{3}{8}+3\frac{5}{12}\right)$.

**7.** Найдите корень уравнения:

а) $\frac{15}{y}=\frac{3}{4}$; б) $\frac{x+7}{24}-\frac{5}{8}=1\frac{1}{6}$;

в) $\left(x+\frac{3}{5}\right)-0{,}3=2\frac{1}{4}$.

II вариант

1°. Выполните действия:

а) $7\frac{5}{8}-\left(3-1\frac{11}{12}\right)$; б) $8\frac{17}{20}-\left(4\frac{17}{30}+1\frac{14}{15}\right)$.

2°. Найдите корень уравнения:

а) $x+\frac{3}{10}=1\frac{11}{15}$; б) $y-\frac{5}{6}=\frac{7}{9}$.

3°. Для каких натуральных значений $x$ верно неравенство: $6\frac{3}{4}<x<9\frac{7}{8}$?

4°. В одном ящике 6,3 кг винограда, а в другом — на $2\frac{4}{5}$ кг больше. Сколько винограда в двух ящиках?

5. Новая машина может выкопать канаву за 6 ч, а старая — за 9 ч. Какую часть канавы осталось выкопать после того, как обе машины работали в течение часа?

6. Выполните действия: $8\frac{1}{12}-\left(3\frac{4}{15}-1\frac{7}{30}\right)$.

7. Решите уравнение:

а) $\frac{37}{100}=\frac{x}{10}$;

б) $\frac{x-5}{18}+\frac{7}{9}=1\frac{5}{6}$;

в) $4{,}8-\left(6\frac{4}{5}-x\right)=\frac{3}{5}$.

## 5. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

### 5.1. УМНОЖЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

**Задача.** Длина прямоугольника $\frac{3}{4}$ дм, а ширина $\frac{3}{5}$ дм. Найдите его площадь.

Из рисунка 49 видно, что одна сторона к
дециметра разделена на 5 равных частей, в
4 равные части. В квадратном дециметре с
20 прямоугольников. Один такой прям
составляет $\frac{1}{20}$ часть квадратного дециме
щадь искомого прямоугольника содержит

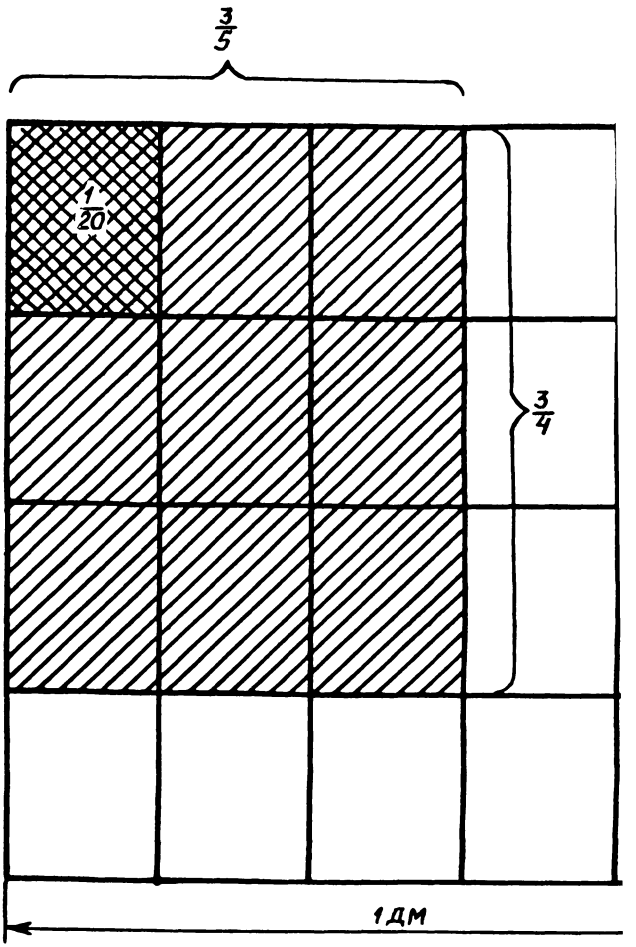



Рис. 49

частей $\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{4}\right)$. Поэтому считают, что произведением двух чисел $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{4}$ является число $\frac{9}{20}$:

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3\cdot3}{5\cdot4}=\frac{9}{20}.$$

*Произведение двух дробей равно дроби, числитель которой равен произведению их числителей, а знаменатель равен произведению знаменателей:*

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

Это же правило можно использовать и для умножения натурального числа на дробь. Для этого достаточно записать натуральное число в виде дроби и применить сформулированное правило умножения.

Например:

$$4\cdot\frac{7}{9}=\frac{4}{1}\cdot\frac{7}{9}=\frac{28}{9}=3\frac{1}{3};$$

$$\frac{5}{6}\cdot7=\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{1}=\frac{35}{6}=5\frac{5}{6};$$

$$\frac{5}{6}\cdot4=\frac{5\cdot4}{6}=\frac{5\cdot2}{3}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}.$$

Умножение дробей подчиняется *переместительному* и *сочетательному* свойствам:

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{7}=\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{4}=\frac{15}{28};$$

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{9}\right)=\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{7}{9}.$$

С помощью обыкновенных дробей решаются такие же задачи, как и с помощью десятичных дробей.

**Задача.** В сахарной свекле содержится $\frac{4}{19}$ частей (по массе) сахара. Вычислите, сколько сахара содержится в 380 т свеклы.

Р е ш е н и е. Чтобы решить задачу, нужно найти $\frac{4}{19}$ от 380. Вычислим вначале $\frac{1}{19}$ от 380; для этого разделим 380 на 19, или умножим 380 на $\frac{1}{19}$:

$$380 : 19 = 20, \text{ или } 380 \cdot \frac{1}{19} = \frac{380}{19} = 20.$$

Чтобы найти $\frac{4}{19}$ от 380, нужно найденное произведение увеличить в 4 раза, то есть умножить на $4 : 20 \cdot 4 = 80$.

Два выполненных действия легко заменить одним действием умножения:

$$380 : 19 \cdot 4 = 380 \cdot \frac{1}{19} \cdot 4 = 380 \cdot \frac{4}{19} = \frac{380 \cdot 4}{19} = \frac{20 \cdot 4}{1} = 80.$$

## 5.2. ВЗАИМНО ОБРАТНЫЕ ЧИСЛА

**Задание 1.** Найдите произведение:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$, $\frac{7}{10} \cdot \frac{10}{7}$, $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5}$;

б) $\frac{1}{2} \cdot 2$, $3 \cdot \frac{1}{3}$, $\frac{1}{5} \cdot 5$;

в) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$, $2\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{11}$, $\frac{12}{17} \cdot \frac{17}{12}$.

**Задание 2.** На какую дробь нужно умножить $\frac{5}{8}$, чтобы в результате была 1?

**Задание 3.** Какие числа можно поставить вместо букв?

а) $\frac{2}{3} x = 1$; б) $\frac{5}{7} y = 1$; в) $x \cdot \frac{2}{5} = 1$;

г) $\frac{1}{4} a = 1$; д) $b \cdot \frac{1}{8} = 1$; е) $d \cdot 8 = 1$.

Легко заметить, что *произведение двух дробей равно 1 тогда и только тогда, когда числитель первой дроби является знаменателем второй, а знаменатель первой дроби является числителем второй.* Числа вида $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ *называют взаимно обратными числами.*

*Произведение взаимно обратных чисел равно единице:*

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1.$$

## 5.3. ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

**Задача.** Площадь прямоугольника $\frac{7}{10}$ дм$^2$, а длина $\frac{2}{5}$ дм. Найдите ширину прямоугольника.

Решение. Составим уравнение с одной переменной. Пусть ширина прямоугольника $x$ дм. Тогда площадь прямоугольника равна $\frac{2}{5} \cdot x$ дм$^2$. Таким образом,

$$\frac{2}{5} \cdot x = \frac{7}{10}.$$

Отсюда $x = \frac{7}{10} : \frac{2}{5}$.

Поскольку мы не знаем, как разделить дробь на дробь, пойдем другим путем. Умножим обе части уравнения $\frac{2}{5} \cdot x = \frac{7}{10}$ на число, обратное данному множителю $\frac{2}{5}$, то есть на $\frac{5}{2}$:

$$\left(\frac{2}{5} \cdot x\right) \cdot \frac{5}{2} = \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{2},$$

или

$$\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2}\right) \cdot x = \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{2},$$

или

$$1 \cdot x = \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{2}, \quad x = \frac{7 \cdot 5}{10 \cdot 2} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

Мы нашли такое число $x$, что $\frac{2}{5} \cdot x = \frac{7}{10}$. Это число — частное от деления $\frac{7}{10}$ на $\frac{2}{5}$, таким образом,

$$\frac{7}{10} : \frac{2}{5} = \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{2}.$$

Поэтому мы можем сказать: *чтобы разделить одну дробь на другую, нужно делимое умножить на число, обратное делителю:*

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

## 5.4. НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ЕГО ДРОБИ

**Задача.** С какой скоростью должен ехать трактор, чтобы пройти 15 км за $\frac{5}{6}$ ч?

Эту задачу можно решить двумя способами. Каким способом решали бы эту задачу вы?

Первый способ. Поскольку трактор за $\frac{5}{6}$ ч должен пройти 15 км, то за $\frac{1}{6}$ ч он пройдет в 5 раз меньше, то есть $15 : 5 = 3$ (км). За один час трактор пройдет расстояние, в 6 раз большее: $3 \cdot 6 = 18$ (км).

Из решения этой задачи можно вывести такое правило:

$$15 : \frac{5}{6} = (15 : 5) \cdot 6 = \frac{15}{5} \cdot 6 = 15 \cdot \frac{6}{5}.$$

*Чтобы найти число по данной величине его дроби, достаточно разделить эту величину на дробь.*

Второй способ. Обозначим скорость трактора через $x$ км/ч. Тогда за $\frac{5}{6}$ ч трактор пройдет:

$$\frac{5}{6} \cdot x = 15,$$

$$x = 15 : \frac{5}{6} = 15 \cdot \frac{6}{5} = 18 \text{ (км/ч)}.$$

Итак, скорость трактора 18 км/ч.

### Вопросы для самопроверки и повторения

1. Сформулируйте правило умножения дробей.
2. Может ли произведение двух правильных дробей быть больше множителей?
3. Сформулируйте переместительное свойство умножения.
4. Сформулируйте распределительное свойство умножения.
5. Сформулируйте сочетательное свойство умножения.
6. Как найти неизвестный множитель?
7. Какие числа называют взаимно обратными?
8. Что можно сказать о числах, если их произведение равно единице?
9. Что можно сказать о числах, если их произведение равно нулю?
10. Сформулируйте правило умножения смешанных чисел.
11. Как произведение двух чисел может равняться множителю?
12. Сформулируйте правило деления двух дробей.
13. Как разделить дробь на целое число?
14. Как целое число разделить на дробь?
15. Как найти число по его дроби?
16. В выражении без скобок есть сложение, вычитание, умножение, деление и возведение в степень. В каком порядке нужно выполнять эти действия?

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 5.1

**321.** Вычислите устно:

а) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}$, $\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{7}$, $\frac{7}{9}\cdot\frac{8}{11}$;

б) $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}\cdot\frac{5}{8}$, $\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}$;

в) $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{7}$, $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{7}$, $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}$, $\frac{8}{9}\cdot\frac{7}{8}$;

г) $1\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}$, $1\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{3}$, $\frac{3}{4}\cdot 0{,}2\cdot\frac{3}{2}$;

д) $4\cdot\frac{3}{8}$, $4^2\cdot\frac{5}{12}$, $\frac{7}{8}\cdot 4^2$, $\frac{3}{5}\cdot 10$;

е) $5\cdot\left(1+\frac{1}{5}\right)$, $7\cdot\left(\frac{1}{7}+1\right)$, $8\cdot\left(\frac{3}{8}+1\right)$, $\frac{3}{4}\cdot 16$;

ж) $\left(1+\frac{1}{6}\right)\cdot 6^2$, $\frac{7}{25}\cdot 5^2$.

**322.** Вычислите:

а) $\frac{7}{8}\cdot\frac{15}{16}$, б) $\frac{3}{8}\cdot 16$, в) $2\frac{1}{6}\cdot 9$, г) $1\frac{1}{4}\cdot 2\frac{4}{5}$,

$4\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{13}$; $2\frac{4}{5}\cdot 15$; $3\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{7}$; $12\frac{1}{3}\cdot 3\frac{3}{15}$

**323.** Вычислите:

а) $1\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{9}$; б) $2\frac{1}{2}\cdot 4-5\frac{1}{4}$;

в) $3\frac{1}{3}+2\frac{2}{9}\cdot\frac{9}{20}$; г) $\left(2\frac{1}{3}+1\frac{1}{2}\right)\cdot 2\frac{2}{5}$;

д) $\frac{3}{7}\cdot\left(2\frac{4}{9}+\frac{2}{3}\right)$; е) $\left(\frac{5}{12}+\frac{1}{4}\right)\cdot 2^2$;

ж) $\left(2\frac{2}{9}-1\frac{5}{6}\right)\cdot\left(\frac{4}{7}+\frac{1}{2}\right)$;

з) $\left(1\frac{4}{5}+0{,}4\right)\cdot\left(0{,}5+\frac{3}{4}\right)$;

и) $1\frac{5}{6}+\frac{4}{5}\cdot\left(3\frac{1}{3}-1\frac{1}{4}\right)$.

**324.** Один ученик за письменную работу получил двойку, другой — пятерку, хотя ответы в примерах у них одинаковые. Найдите ошибку в рассуждениях одного из двух учеников.

| Первый ученик | Второй ученик |
|---|---|
| $\left(2\frac{2}{7}+1\frac{1}{7}\right)\cdot 1\frac{1}{6}=2\frac{2}{7}\times$ | $\left(2\frac{2}{7}+1\frac{1}{7}\right)\cdot 1\frac{1}{6}=\left(2+\right.$ |
| $\times 1\frac{1}{6}+1\frac{1}{7}\cdot 1\frac{1}{6}=\frac{16\cdot 8}{8\cdot 6}+$ | $\left.+\frac{2}{7}+1+\frac{1}{7}\right)\cdot 1\frac{1}{6}=$ |
| $+\frac{8\cdot 8}{8\cdot 6}=\frac{8}{3}+\frac{4}{3}=\frac{12}{3}=4.$ | $=\left(3+\frac{3}{7}\right)\cdot 1\frac{1}{6}=3\frac{3}{7}\cdot 1\frac{1}{6}=$ |
| | $=\frac{24}{7}\cdot\frac{7}{6}=\frac{24\cdot 7}{7\cdot 6}=\frac{4\cdot 1}{1\cdot 1}=4.$ |

**325.** Упростите выражение:

а) $\frac{3}{4}\cdot 6a$; б) $\frac{7}{8}\cdot\frac{4}{5}x$; в) $\frac{5}{4}a\cdot 2^3$;

г) $1\frac{4}{5}\cdot 10a$; д) $2\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{2}a$; е) $1\frac{5}{6}a\cdot\frac{6}{11}$.

**326.** Вычислите двумя способами:

а) $\left(4\frac{2}{3}+5\frac{1}{2}\right)\cdot 3^2$; б) $\left(3\frac{2}{7}+\frac{5}{7}\right)\cdot 7$;

в) $\left(8-1\frac{1}{9}\right)\cdot 3^2$; г) $\frac{3}{4}\cdot\left(1\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)$;

д) $\frac{5}{6}\cdot\left(2-1\frac{2}{3}\right)$; е) $3\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{7}-\frac{1}{5}\cdot 3\frac{3}{4}$.

**327.** Раскройте скобки:

а) $4\cdot\left(\frac{5}{8}-2x\right)$; б) $2^2\cdot\left(\frac{1}{2}a+\frac{3}{4}\right)$; в) $\frac{2}{3}\cdot\left(6x-\frac{4}{9}\right)$.

**328.** Выполните действия:

а) $3^2\cdot 1\frac{1}{6}$, б) $\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{12}\right)^2\cdot\frac{4}{5}$; в) $\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{2}$;

$26-\left(\frac{4}{5}\right)^2$; $\left(\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{7}{8}$; $\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)^2\cdot 2^3$.

**329.** Найдите значение выражения:

а) $\left(3\frac{3}{5}-2\frac{1}{15}\right)\cdot 5^2$; б) $8\frac{3}{17}\cdot 5\frac{1}{4}+3\frac{14}{17}\cdot 5\frac{1}{4}$;

в) $3\frac{4}{13}\cdot 15\frac{3}{41}-3\frac{4}{13}\cdot 2\frac{3}{41}$.

**330.** Найдите значение выражения:

а) $3a+5b$ при $a=2\frac{7}{15}$; $b=3\frac{1}{25}$;

б) $7\frac{1}{4}x+3\frac{2}{9}y$ при $x=2^3$; $y=3^2$;

в) $\frac{3}{4}x^2+\frac{5}{6}y$ при $x=\frac{2}{3}$; $y=\frac{6}{7}$.

**331.** Решите уравнение:

а) $x:2\frac{1}{2}=\frac{6}{5}$; б) $a:1\frac{1}{4}=\frac{5}{7}$; в) $y:1\frac{3}{4}=\frac{3}{7}$.

**332.** От мотка проволоки длиной 60,8 м отрезали два раза по $9\frac{3}{4}$ м, а затем три раза по $10\frac{1}{3}$ м. Сколько проволоки осталось в мотке?

**333.** Высота самой высокой горы Карпат — Говерлы — 2060 м. Какова высота Крымской горы Ай-Петри, если она составляет $\frac{3}{5}$ высоты Говерлы?

**334.** Население Украины по данным 1990 г. составляет 51,5 млн. человек, а население Автономной Республики Крым составляет 0,048 населения Украины. Сколько миллионов человек населения в Крыму?

**335.** Одна сторона прямоугольника 64 м, длина второй стороны составляет $\frac{3}{8}$ длины первой. Вычислите периметр и площадь прямоугольника.

**336.** Нужно поставить ограду вокруг сада, имеющего прямоугольную форму. Длина сада 100,5 м, а ширина его составляет $\frac{1}{3}$ длины. Какой длины нужно поставить ограду? Вычислите двумя способами.

**337.** Высота горы Парашки в Карпатах — 1268 м, гора Сивуля приблизительно в $1\frac{21}{50}$ раза выше Парашки, а гора Говерла в $1\frac{7}{50}$ раза выше Сивули. Найдите высоты этих гор.

**338.** В лаборатории стояло 25 столов. В одних столах было по три ящика, в других — по 4 ящика. Сколько было столов с тремя ящиками и сколько с четырьмя, если общее количество ящиков 91?

**339.** В новом доме 72 двухкомнатные и трехкомнатные квартиры. Сколько квартир каждого вида в доме, если в нем 168 комнат?

**340.** Сумма всех сторон прямоугольника 240 см. Длина его на $20\frac{1}{2}$ см больше ширины. Найдите стороны прямоугольника.

**341.** Стороны треугольника имеют такие длины: $10\frac{3}{5}$ м, 7,23 м и $11\frac{1}{2}$ м. Найдите периметр треугольника.

**342.** Одна сторона треугольника $2\frac{1}{4}$ см, вторая на 3,1 см длиннее первой, а третья на 0,04 см короче второй. Найдите периметр треугольника.

**343.** Поле треугольной формы имеет основание 1200 м, а высота его составляет $\frac{1}{2}$ основания. Какова площадь поля?

**344.** Вычислите:

а) $\left(0{,}75+\frac{5}{6}\right)\cdot 3^2+\left(\frac{5}{6}-0{,}75\right)\cdot 4^2$;

б) $\left(2{,}6+1\frac{5}{7}\right)\cdot 17-\left(2{,}5-\frac{3}{8}\right)\cdot 4$;

в) $\left(1\frac{4}{9}+2\frac{5}{6}-2\frac{3}{4}\right)\cdot\left(2{,}5-\frac{11}{14}\right)$;

г) $\left(2{,}5-1\frac{3}{8}\right)\cdot\left(3{,}5-\frac{5}{6}\right)\cdot 1\frac{1}{3}$;

д) $15\frac{4}{7}-4\frac{3}{8}\cdot\left(1\frac{3}{7}-\frac{34}{35}\right)$.

**345.** Решите уравнение:

а) $\frac{1}{6}+\frac{1}{18}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{24}+x$;

б) $\left(\frac{5}{8}-x\right)+\frac{2}{3}=\frac{17}{18}$;

в) $4{,}75+x=2^3\cdot 2\frac{7}{8}$;

г) $\left(\frac{3}{5}+\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{8}+x$;

д) $\frac{1}{8}\cdot 0{,}25-x=0{,}5$;

е) $x-0{,}12\cdot\frac{2}{5}=4^2\cdot 0{,}5$.

**346.** Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}x+2\right)-4\cdot\left(1{,}25x+0{,}75\right)$ при $x=0{,}5$;

б) $0{,}125\cdot\left(\frac{8}{9}x^2+8\right)+0{,}2\cdot\left(\frac{5}{9}x^2+2{,}5\right)$ при $x=1{,}5$;

в) $0{,}5\cdot\left(3{,}5x+1\frac{3}{4}\right)-\frac{1}{5}\cdot\left(1{,}2x+\frac{4}{5}\right)$ при $x=\frac{1}{3}$.

**347*.** Решите уравнение:

а) $5{,}3\cdot\frac{23}{35}\cdot\left(\frac{6}{7}x-\frac{12}{7}\right)=0$;

б) $3{,}5\cdot\left(8x-16\right)\cdot\frac{14}{15}=0$;

в) $\left(2x-14\right)\cdot\left(1\frac{5}{12}-\frac{17}{18}\right)=0$;

г) $\left(3x-15\right)\cdot\left(2\frac{25}{27}-\frac{21}{23}\right)\cdot 0{,}45=0$;

д) $\left(x-4\frac{12}{17}\right)\cdot 0{,}6\cdot\left(6{,}5-x\right)\cdot 0{,}3=0$.

**348.** Умножьте сумму и разность чисел $3\frac{3}{4}$ и $1\frac{5}{6}$ на 8 двумя способами.

**349.** Проверьте распределительное свойство умножения на примерах:

а) $\frac{5}{8}$ умножить на сумму чисел 2,25 и $\frac{2}{3}$;

б) $\frac{4}{5}$ умножить на разность чисел 1,5 и $1\frac{1}{3}$.

**350.** Если к трети задуманного числа прибавить его четверть, то получим 126. Какое число задумано?

**351.** Разность между неизвестным числом и $\frac{4}{17}$ его равна 650. Найдите это число.

**352.** Туристы ехали из Львова в Киев. В первый день они проехали $\frac{3}{13}$ всего расстояния, во второй — $\frac{7}{26}$, в третий — 0,2 всего расстояния между городами, после этого им осталось проехать еще 156 км. Чему равно расстояние между этими городами?

**353*.** Поставьте в каждом уравнении вместо $x$ одно и то же нужное число:

а) $1{,}5+x=1\frac{1}{2}x$; б) $1\frac{1}{20}x=1\frac{1}{20}+x$.

**354.** До обеда продали $\frac{3}{4}$ рыбы, которая была в магазине, а после обеда — остальную, что составляет $\frac{3}{4}$ ц. Сколько рыбы продали за день?

**355.** Поле прямоугольной формы, засеянное пшеницей, по длине пересекается дорогой шириной 10 м. Длина поля 1,5 км, ширина $\frac{41}{50}$ км. Сколько зерна собрали с этого поля, если урожай с 1 га был равен 35 ц? Вычисления выполните с помощью калькулятора.

**356.** Земельный участок, имеющий форму треугольника, засеяли пшеницей. Основание треугольного клина равно 4,5 км, а высота в $1\frac{1}{2}$ раза меньше. Сколько пшеницы собрали с этого поля, если известно, что урожай с 1 га пшеницы был равен 36 ц? Составьте числовое выражение. Вычисления выполните с помощью калькулятора.

## К пункту 5.2

**357.** Назовите число, обратное числу: $\frac{9}{10}$; $\frac{7}{8}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, 14, $\frac{1}{7}$, 7.

**358.** Будут ли взаимно обратными числа:

а) $\frac{32}{7}$ и $\frac{7}{32}$; б) 0,3 и $\frac{3}{10}$; в) 0,4 и $\frac{5}{2}$;

г) 10 и $\frac{1}{10}$; д) 2,5 и 0,4; е) $6\frac{2}{5}$ и $\frac{2}{32}$?

**359.** Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{7}{5}\cdot\frac{5}{7}\right)\cdot 2\frac{7}{15}$; б) $\left(36\cdot\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{9}{7}$;

в) $\left(3{,}48\cdot\frac{7}{8}\right)\cdot\frac{8}{7}$; г) $\left(\frac{10}{19}\cdot 8{,}57\right)\cdot\frac{19}{10}$;

д) $\frac{5}{8}\cdot\left(4{,}248\cdot\frac{8}{5}\right)$; е) $\frac{3}{5}\cdot\left(4{,}5376\cdot\frac{5}{3}\right)$;

ж) $7{,}8\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}$; з) $\frac{x}{y}\cdot\left(\frac{3}{x}\cdot\frac{y}{7}\right)$.

**360.** Решите уравнение:

а) $\frac{3}{4}\cdot x=1$; б) $x\cdot\frac{7}{20}=1$; в) $0{,}7x=1$;

г) $0{,}8x=1$; д) $0{,}8x=1$; е) $1{,}7x=1$;

ж) $1\frac{7}{8}\cdot x=1$; з) $a\cdot 1{,}7=1$; и) $b\cdot 2{,}6=1$.

**361.** Верно ли, что:

а) для любой правильной дроби обратная дробь будет неправильной;

б) для любой неправильной дроби обратная дробь будет правильной?

## К пункту 5.3

**362.** Выполните деление:

а) $\frac{6}{7}:\frac{3}{8}$; б) $\frac{5}{12}:\frac{10}{3}$; в) $\frac{5}{7}:\frac{5}{14}$; г) $\frac{6}{11}:\frac{21}{22}$;

д) $\frac{7}{10}:\frac{2}{5}$; е) $\frac{8}{9}:\frac{10}{11}$; ж) $\frac{2}{3}:\frac{x}{y}$; з) $\frac{m}{n}:\frac{k}{p}$.

**363.** Найдите частное:

а) $\frac{7}{8}:2$; б) $\frac{3}{4}:6$; в) $\frac{19}{20}:\frac{1}{10}$; г) $10:\frac{1}{3}$;

д) $7:\frac{2}{3}$; е) $8:\frac{3}{4}$; ж) $a:\frac{3}{4}$; з) $\frac{3}{5}:a$.

**364.** Запишите делитель в виде обыкновенной дроби и выполните деление:

а) $\frac{4}{10}:0{,}2$; б) $\frac{1}{4}:0{,}25$; в) $\frac{3}{5}:\frac{1}{2}$; г) $\frac{9}{10}:0{,}3$.

**365.** Запишите делитель в виде десятичной дроби и выполните деление:

а) $0{,}75:\frac{3}{4}$; б) $0{,}25:\frac{1}{2}$; в) $0{,}75:\frac{3}{4}$; г) $0{,}7:\frac{1}{3}$.

**366.** Запишите в виде дроби частное:

а) $\frac{3}{4}:\frac{7}{9}$; б) $\frac{m}{n}:\frac{x}{y}$; в) $\frac{3}{8}:\frac{x}{y}$; г) $\frac{a}{b}:\frac{1}{2}$.

**367.** Найдите значение дроби:

а) $\left(\frac{51}{60}\cdot\frac{12}{17}\right):\frac{3}{10}$; б) $\left(\frac{12}{75}:\frac{9}{20}\right)\cdot\frac{15}{16}$;

в) $\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{8}{9}:4\right)$; г) $\left(\frac{3}{5}\right):\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}\right)$.

**368.** Выполните деление:

а) $3\frac{1}{2}:\frac{2}{3}$; б) $1\frac{2}{3}:1\frac{4}{5}$; в) $1\frac{1}{3}:2\frac{3}{4}$;

г) $4\frac{3}{5}:1\frac{4}{10}$; д) $\frac{4}{15}:1\frac{1}{5}$; е) $4\frac{3}{7}:\frac{3}{7}$.

**369.** Решите уравнение:

а) $\frac{2}{7}\cdot x=2\frac{1}{7}+\frac{1}{7}$; б) $\frac{3}{4}:y=1\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$;

в) $y:1\frac{1}{2}=2\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}$; г) $\frac{3}{5}\cdot y=2\frac{9}{10}-\frac{2}{10}$;

д) $3\frac{1}{3}:a=1\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$; е) $2\cdot x:\frac{3}{4}=\frac{7}{8}$.

**370.** Разделите $\frac{4}{5}$ м на 2 равные части.

**371.** Разделите $\frac{2}{5}$ кг на 3 равные части.

**372.** Если неизвестное число умножить на $2\frac{1}{2}$, то получим 12. Найдите это число.

**373.** С какой скоростью должен ехать трактор, чтобы пройти 15 км за $\frac{3}{4}$ ч; 0,7 ч?

**374.** Выполните указанные действия:

а) $30-0{,}5:\frac{21}{25}$;

б) $\left(6\frac{5}{8}-1\frac{1}{6}\right):\left(\frac{3}{4}\right)$;

в) $2\frac{3}{4}:\left(1{,}5-\frac{2}{5}\right)$;

г) $\frac{8}{9}:\left(6-3{,}2\right)$.

**375.** Решите уравнение:

а) $\frac{5}{9}:x=3\frac{3}{4}:\frac{1}{2}-6{,}5$;

б) $5\frac{1}{2}+0{,}6x=8{,}25\cdot\frac{1}{3}$;

в) $\left(0{,}25x-1\frac{1}{4}\right):\frac{2}{5}=15$;

г) $\left(x:\frac{1}{5}\right)\cdot 0{,}6-4{,}5=5\frac{2}{5}$.

**376.** Один рабочий может выполнить работу за 3 ч, а другой — за $3\frac{3}{4}$ ч. Какую часть работы каждый из них может выполнить за 1 ч? Какую часть работы выполняют они вместе за 1 ч? Какую часть работы выполняют они вместе за 2 ч? За какое время они смогут выполнить работу, если будут работать вместе с указанной производительностью труда?

**377.** Разность двух чисел 14. Частное от деления большего числа на меньшее равна $4\frac{1}{3}$. Найдите эти числа.

**378.** Сумма трех чисел 1700. Первое число в 3,5, а второе — в $5\frac{1}{2}$ раза больше третьего. Найдите эти числа.

**379.** Пешеход за первые 2,5 ч прошел $9\frac{3}{8}$ км, потом за $2\frac{1}{3}$ ч — 8,75 км. Сколько проходил в среднем пешеход за 1 ч? Составьте числовую формулу для решения задачи. Вычисления выполните с помощью калькулятора.

**380.** Товарный поезд был в дороге три часа. За первый час он прошел $45\frac{3}{4}$ км, за второй — 49 км и за третий — 48,5 км. Определите среднюю скорость поезда.

**381.** Первая бригада может выполнить определенную работу за 18 дней, а вторая — за 24. За сколько дней обе бригады выполнят эту работу, работая вместе?

**382.** Установите закономерность размещения чисел в клеточках квадрата (рис. 50).

**383*.** Заполните пустые клеточки квадрата, используя закономерность, установленную в предыдущей задаче (рис. 51).

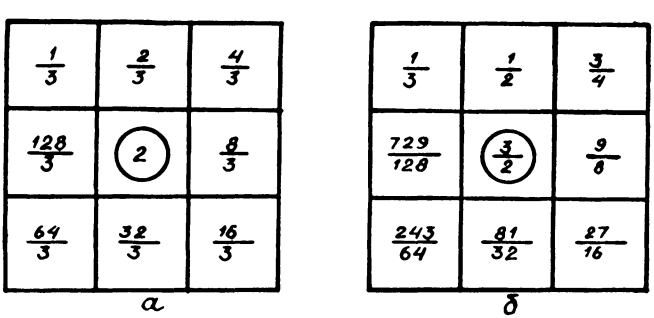



Рис. 50

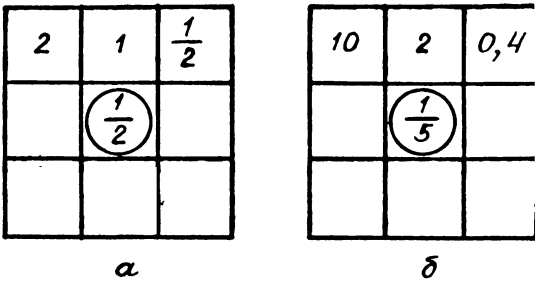



Рис. 51

**384*.** Установите закономерность размещен
в клеточках квадрата (рис. 52).

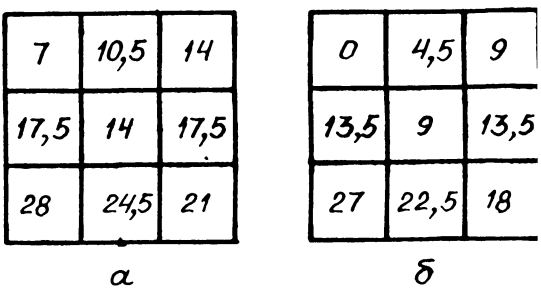



Рис. 52

**385*.** Заполните пустые клеточки квадрата
числами, используя закономерность, устано
в предыдущей задаче.

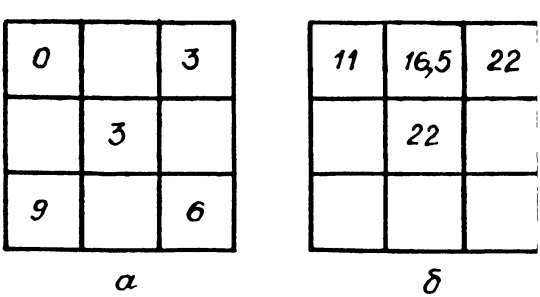



Рис. 53

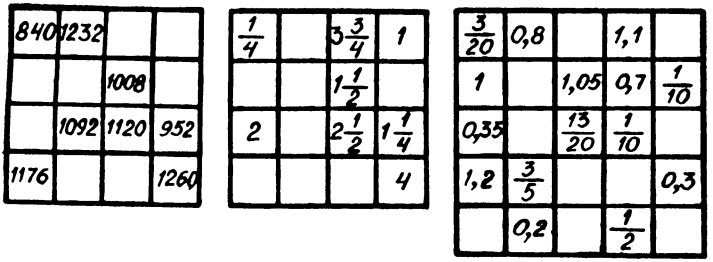



Рис. 54

**386*.** Заполните пустые клеточки квадрата на рисунке 54 числами так, чтобы сумма всех чисел каждой вертикали, горизонтали и диагонали составляла для первого квадрата 4200, для второго $8\frac{1}{2}$, для третьего $3\frac{1}{4}$. Числа, записанные в квадрате, разместите в порядке возрастания их величины. Установите закономерность чисел, записанных в порядке возрастания их величины.

**387*.** Заполните пустые клеточки квадрата числами так, чтобы произведение всех чисел каждой вертикали, горизонтали и диагонали составляло для первого квадрата 32 768, для второго 0,004096, для третьего $\frac{1}{8}$. Числа, записанные в квадрате, разместите в порядке возрастания их величины. Установите закономерность чисел, записанных в порядке возрастания их величины (рис. 55).

**388*.** Как можно разделить 5 груш между шестью мальчиками так, чтобы не разрезать каждую больше, чем на три части?

**389*.** Найдите от полсотни половину, от четверти четверть, от трети треть.

**390*.** В классе было 16 учеников. Когда 12 учеников вышли из класса, то один ученик сказал: «Из класса

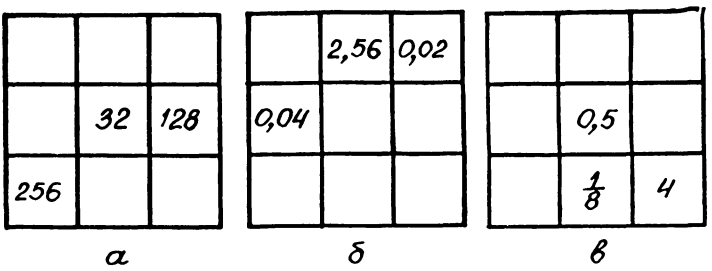



Рис. 55

вышло $\frac{3}{4}$ всех учеников». Другой сказал, что вышло $\frac{5}{8}$ всех учеников и еще двое. Какой ответ правильный? Как еще можно сказать, сколько вышло учеников?

### К пункту 5.4

**391.** За $\frac{4}{5}$ ч велосипедист проехал 12 км. С какой скоростью ехал велосипедист?

**392.** На элеватор отправили 70 т зерна. Оно составляет $\frac{7}{8}$ зерна, намолоченного за день. Сколько зерна намолотили за день?

**393.** Найдите число:

а) $\frac{3}{4}$ которого составляет 9;

б) $\frac{1}{4}$ которого равна 14;

в) $\frac{2}{3}$ которого составляет 24;

г) $\frac{7}{8}$ которого равно 14;

д) $\frac{7}{9}$ которого составляет 35;

е) $\frac{12}{23}$ которого составляет 36.

**394.** $\frac{4}{5}$ заказа выполнили за 28 дней. За сколько дней выполнят весь заказ (при той же производительности труда)?

**395.** На занятиях в классе было 28 человек, что составляет $\frac{7}{8}$ количества учащихся класса. Сколько всего учащихся в классе?

**396.** Найдите посевную площадь хозяйства, если известно, что $\frac{5}{7}$ этой площади составляет 350 га.

**397.** Когда истратили $\frac{5}{27}$ наличных денег, осталось 380 тыс. крб. Сколько было денег?

**398.** После того как прочитали $\frac{2}{9}$ книги, выяснилось, что часть, которую осталось прочитать, на 140 страниц больше прочитанной. Сколько страниц в книге?

**399.** Сахарный песок в процессе переработки в рафинад теряет $\frac{2}{15}$ массы. Сколько нужно взять сахарного песка, чтобы получить 52 ц рафинада?

**400.** Чтобы выполнить $\frac{2}{3}$ работы, нужен 1 час. Сколько времени нужно, чтобы выполнить всю работу?

**401.** После того как прошли $\frac{2}{5}$ всего пути, осталось пройти еще $10\frac{2}{5}$ км. Определите весь путь.

**402.** Во время приготовления мясо теряет около 35 % своей массы. Сколько нужно взять сырого мяса, чтобы получить 1 кг 600 г вареного?

**403.** После сушки яблоки теряют 84 % своей массы. Сколько нужно взять свежих яблок, чтобы получить 20 кг сушеных?

**404.** При высыхании трава теряет 28 % своей массы. Сколько накосили травы, если сено, полученное из нее, весит 48 т?

**405.** Площадь прямоугольника $18\frac{3}{4}$ м$^2$. Найдите периметр прямоугольника, если его ширина составляет $\frac{3}{4}$ длины.

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 5

**I вариант**

**1°.** Выполните действия:

а) $4\frac{2}{9}-1\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{11}$; б) $\left(2\frac{3}{4}-1\frac{1}{6}\right):\left(\frac{3}{4}\right)$.

**2°.** Решите уравнение:

а) $1\frac{1}{5}t=\frac{5}{6}$; б) $y:1\frac{3}{4}=\frac{5}{14}$.

**3°.** За $\frac{3}{5}$ ч автомобиль проехал 42 км. С какой скоростью ехал автомобиль?

**4°.** Масса 1 дм$^3$ железа равна $7\frac{4}{5}$ кг. Какова масса $\frac{3}{4}$ дм$^3$ железа?

**5.** Найдите значение выражения:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot 4\frac{1}{2}:2\frac{1}{3}.$$

**6.** Решите уравнение:

$$\frac{4}{15}x=\frac{15}{46}\cdot\left(5\frac{2}{3}-2\frac{3}{5}\right).$$

**7.** Найдите массу пласта каменного угля длиной 150 м, шириной 20,5 м, толщиной $1\frac{1}{5}$ м, если $7\frac{1}{5}$ м$^3$ каменного угля имеют массу 1 т.

**8.** За $\frac{2}{5}$ ч автомобиль проехал 28 км. Сколько километров проедет автомобиль за $1\frac{1}{2}$ ч?

II вариант

**1°.** Выполните действия:

а) $4\frac{1}{3}+1\frac{2}{9}\cdot\frac{7}{11}$; б) $\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\right):\frac{7}{12}$.

**2°.** Решите уравнение:

а) $1\frac{1}{4}:x=\frac{1}{2}$; б) $y:1\frac{1}{6}=\frac{2}{7}$.

**3°.** На занятиях в классе был 21 ученик, что составляет $\frac{7}{8}$ количества учеников в классе. Сколько учеников в классе?

**4°.** Сколько километров пройдет человек со скоростью 6 км/ч за $\frac{3}{4}$ ч?

**5.** Найдите значение выражения:

$$1\frac{5}{7}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2:1\frac{1}{7}.$$

**6.** Решите уравнение:

$$x\cdot 5\frac{1}{5}=3\frac{1}{3}\cdot\left(4\frac{1}{4}-3\frac{15}{16}\right).$$

**7.** Основанием водоема является прямоугольник со сторонами $3\frac{2}{5}$ м и 5 м. Глубина водоема $2\frac{1}{4}$ м. Какова масса воды в этом водоеме, если 1 $дм^3$ имеет массу 1 кг?

**8.** С $\frac{2}{5}$ га собрали $19\frac{1}{5}$ ц пшеницы. Сколько тонн зерна можно собрать с 1,5 га?

## *УПРАЖНЕНИЯ НА ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ*

**406.** Выполните указанные действия:

а) $\left(14\frac{1}{3}-3{,}5\right):3^2$; б) $\left(21{,}6-9\frac{3}{4}\right)\cdot 2^3$;

в) $2\frac{2}{25}\cdot 3{,}4+2{,}08\cdot 6{,}6$; г) $\left(8\frac{7}{8}-5{,}6\right)\cdot 2\frac{3}{5}-4{,}3$;

д) $\left(25{,}7+1\frac{3}{4}:\frac{4}{7}\right)\cdot 0{,}3$; е) $4{,}5:\frac{1}{2}-1{,}5\cdot\frac{3}{5}$;

ж) $5^2\cdot\left(4\frac{3}{4}:\frac{4}{5}-1{,}4\right)$; з) $1{,}5\cdot(4{,}7\cdot 1{,}5-0{,}4)$.

**407.** Сравните значение выражений:

а) $(4-2{,}4):\left(3-1\frac{4}{5}\right)$ и $4^2:2\frac{2}{5}-3^2:1{,}8$;

б) $4{,}6-2:\frac{1}{4}$ и $4{,}6-2\frac{1}{4}$;

в) $\left(2\frac{2}{7}+3\frac{5}{7}\right):0{,}5$ и $0{,}5:\left(2\frac{2}{7}-3\frac{5}{7}\right)$;

г) $\left(6\frac{3}{8}-4\frac{1}{6}\right):5+2{,}1$ и $\left(6\frac{3}{8}-4\frac{5}{6}\right):5+2{,}1$;

д) $\left(7\frac{7}{8}-3\frac{3}{8}\right):4{,}5$ и $(2{,}4+2{,}1):\left(\frac{1}{2}+4\right)^2$.

**408.** Решите уравнение:

а) $(x-8)\cdot\frac{2}{5}=2^3$; б) $\left(2\frac{2}{3}-x\right)\cdot 0{,}4=\frac{2}{5}$;

в) $2\frac{1}{3}x-2\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}$; г) $1{,}5x-2\frac{1}{2}=2{,}25$;

д) $3{,}75-\frac{3}{4}x=0{,}5$; е) $x:4{,}5+\frac{1}{2}=4^2$;

ж) $4\frac{3}{4}:x-3{,}75=1$; з) $4{,}75:(x-3{,}75)=4{,}75$.

**409.** Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{4}{15}+0{,}3\right)-(1-x)$ при $x=0{,}15$;

б) $\left(\frac{2}{3}+x\right)-0{,}8+x$ при $x=\frac{1}{3}$;

**в)** $6{,}3-2\frac{2}{5}\cdot(3^2-2x)$ **при** $x=2$;

**г)** $0{,}2+\frac{1}{4}x+x$ **при** $x=2{,}5$.

**410.** Вычислите наиболее удобным способом:

**а)** $12\frac{2}{7}+5\frac{5}{14}-4\frac{5}{7}$; **б)** $12{,}5\cdot\frac{2}{7}\cdot4^2$;

**в)** $\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)\cdot10$; **г)** $0{,}6\cdot3\frac{1}{3}+0{,}5+0{,}7\cdot3\frac{1}{3}$;

**д)** $4\frac{1}{7}+5\frac{4}{9}-1\frac{1}{7}-1\frac{1}{3}$;

**е)** $2{,}5\cdot1\frac{3}{4}\cdot(3{,}5+4{,}5)^2$.

**411.** Заполните таблицу 11. Установите зависимость между ценой, количеством товара и его стоимостью.

*Таблица 11*

| Цена, тыс. крб. | Количество товара, кг | Стоимость, тыс. крб. |
|---|---|---|
| 0,8 | 0,2 | |
| 5 | | $\frac{4}{5}$ |
| | 0,7 | 7 |
| 24 | $\frac{1}{2}$ | |
| 12 | | 16 |
| | 4,5 | $5\frac{1}{4}$ |

**412.** Заполните таблицу 12. Установите зависимость между скоростью, временем и пройденным путем.

*Таблица 12*

| Скорость, км/ч | Время, ч | Путь, км |
|---|---|---|
| 15,5 | | 60,5 |
| 45,8 | 2,5 | |
| | 0,5 | $32\frac{1}{4}$ |

**413.** Заполните таблицу 13. Установите зависимость между урожайностью, площадью и количеством собранного урожая.

*Таблица 13*

| Урожайность (с 1 га) | Площадь участка | Весь урожай |
|---|---|---|
| 35,6 ц | 48 га | |
| | 25 га | 987,5 ц |
| | 25 га | 98750 кг |

**414.** Выполните действия:

а) $\left(1\frac{3}{8}+1\frac{3}{4}-0{,}411\right):0{,}59$;

б) $\left(6\frac{8}{15}-1{,}35\right):\left(2\frac{4}{5}+2{,}5\right)$;

в) $12{,}8\cdot(0{,}5)^2:\left(\frac{3}{4}-0{,}5^3\right)$;

г) $\left(\frac{1}{2}+0{,}8-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(3+4\frac{8}{25}\right):\left(2\frac{1}{2}-1{,}75+0{,}04\right)$;

д) $1{,}456:\frac{7}{25}+\frac{5}{16}:0{,}125+4\frac{1}{2}\cdot 0{,}8$;

е) $\left(3{,}5+4\frac{2}{3}+2\frac{2}{15}\right):\left(1\frac{1}{20}+4{,}1\right)$;

ж) $\left(1:\frac{2}{40}\right):(1:0{,}05):(1:0{,}04)$;

з) $\left(\frac{1}{2}+0{,}4+0{,}375\right):\frac{2}{5}:\frac{2}{3}\cdot 75$;

и) $\left(3\frac{1}{3}\cdot 0{,}3+4{,}5:4\frac{1}{2}\right):\left(\frac{62}{75}-\left(\frac{2}{5}\right)^2\right)$.

**415.** Сравните значение выражений:

а) $\left(0{,}75+\frac{23}{25}\right):0{,}4$ и $0{,}75:0{,}4+\frac{23}{25}:0{,}4$;

б) $\left(0{,}75+\frac{5}{6}\right)\cdot 0{,}28$ и $\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right)\cdot 0{,}29$;

в) $\left(3{,}7-1\frac{4}{5}\right)\cdot 0{,}6-1{,}8$ и $\left(3{,}7-1\frac{4}{5}\right)\cdot 0{,}59-1{,}8$;

г) $\frac{1}{6}+\frac{17}{18}\cdot 0{,}75-3{,}5$ и $\frac{1}{6}+\frac{17}{18}\cdot 0{,}5-3{,}5$;

д) $(15{,}4-3{,}7):3$ и $\left(15\frac{2}{5}-3\frac{7}{10}\right):3{,}1$;

е) $\left(7\frac{7}{8}-3{,}8\right):0{,}5$ и $\left(7\frac{7}{8}-3{,}8\right):0{,}49$.

**416.** Решите уравнение:

а) $\left(x+1\frac{3}{4}-0{,}411\right):0{,}59=4{,}6$;

б) $(x-1{,}35):\left(2\frac{4}{5}+2{,}5\right)=\frac{15555}{1539}$;

в) $x:\left(\frac{3}{4}-0{,}5^3\right)=5{,}12$;

г) $1{,}456:\frac{7}{25}+x+4\frac{1}{2}\cdot 0{,}8=11{,}3$.

**417.** Найдите значение выражения:

а) $3{,}75\,x-1\frac{3}{4}\,x+4{,}5\,x-1{,}5\,x$ при $x=\frac{1}{3}$;

б) $3{,}5\cdot\left(2\frac{7}{9}\,x+2{,}5\right)$ при $x=0{,}36$;

в) $4{,}7\cdot\left(1\frac{3}{7}\,x+2\frac{4}{9}\,y\right)$ при $x=0{,}7$ и $y=\frac{9}{44}$;

г) $4{,}3\,x-3{,}5\,y+1\frac{1}{10}\,x+1\frac{1}{2}\,y$ при $x=0{,}5$ и $y=\left(\frac{1}{4}\right)^2$.

**418.** Заполните таблицу 14. Установите зависимость между ценой, количеством товара и его стоимостью.

*Таблица 14*

| Цена, тыс. крб. | Количество товара, кг | Стоимость, тыс. крб. |
|---|---|---|
| 1,8 | 0,05 | |
| 13,2 | | $\frac{11}{20}$ |
| | 2,5 | 25,6 |

**419.** Заполните таблицу 15. Установите зависимость между скоростью, временем и пройденным путем.

*Таблица 15*

| Скорость | Время | Путь |
|---|---|---|
| 15,5 км/ч | | 30250 м |
| $10\frac{2}{3}$ м/с | | 120 км |
| $15\frac{1}{3}$ м/с | 2,4 ч | |

**420.** Заполните таблицу 16. Установите зависимость между урожайностью, площадью участка и собранным урожаем.

*Таблица 16*

| Урожайность (с 1 га) | Площадь участка | Весь урожай |
|---|---|---|
| 3 т 968 кг | 8,7 га | |
| 4,2 т | | 142 т 3 ц 28 кг |
| | $\frac{3}{4}$ га | 28,8 ц |

**421.** Разность между неизвестным числом и $\frac{5}{19}$ его равна 518. Найдите это число.

**422.** $\frac{5}{41}$ расстояния между двумя городами на 93 км меньше остального расстояния. Найдите расстояние между городами.

**423.** $\frac{23}{24}$ неизвестного числа на $1\frac{11}{12}$ больше числа $5\frac{3}{4}$. Найдите неизвестное число.

**424.** Если к числу рабочих на заводе прибавить столько же и еще $\frac{2}{9}$ этого числа, то получим 3400 человек. Сколько рабочих на заводе?

**425.** Даны четыре числа: $5\frac{2}{9}$, 3,5, 4,375 и $1\frac{1}{3}$. Запишите с помощью знаков действий и, если нужно, скобок каждое из таких требований и вычислите в каждом случае результат:

а) к разности первых двух чисел прибавить разность последних двух;

б) из суммы первых двух чисел вычесть сумму последних двух;

в) разность первых двух чисел (их сумму) разделить на разность последних двух;

г) произведение первых двух чисел разделить на их сумму;

д) частное от деления первого числа на второе умножить на частное от деления третьего числа на второе.

**426.** Если к неизвестному числу прибавить $\frac{3}{4}$ его и еще 40, то получим 180. Найдите неизвестное число и проверьте ответ.

**427.** Если к $\frac{2}{7}$ неизвестного числа прибавить 162, то получим $\frac{5}{7}$ того же числа. Найдите неизвестное число.

**428.** Если к $\frac{7}{15}$ неизвестного числа прибавить 119, то получим $\frac{3}{4}$ его. Найдите неизвестное число.

**429.** Если из неизвестного числа вычесть 99, то получим $\frac{3}{16}$ того же неизвестного числа. Найдите неизвестное число.

**430.** Если неизвестное число увеличить на $\frac{3}{11}$ его, то получим число, $\frac{5}{7}$ которого равно 70. Найдите неизвестное число.

**431.** Если к задуманному числу прибавить $11\frac{1}{3}$ и эту сумму умножить на 4,5, то получим 220,2. Какое число задумано? Проверьте ответ.

**432.** Чему равно число, если известно, что после того, как к нему прибавили 198,2 и сумму разделили на $19\frac{1}{2}$, в результате получили 35,8?

**433*.** Дробь $\frac{a}{b}$ несократимая. Будут ли сократимыми дроби: $\frac{a}{b+a}$, $\frac{a}{b+ab}$?

**434*.** Вычислите наиболее удобным способом:

а) $\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\right.$
$\left.-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$;

б) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 6}$;

в) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{19\cdot 20}$;

г) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{99\cdot 100}$;

д) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{2450}$.

**435*.** Запишите $1\frac{1}{12}$ в виде суммы трех дробей, числители которых 1.

**436*.** Дробь $\frac{5}{6}$ представьте в виде суммы двух дробей с разными знаменателями, числители которых 1.

**437*.** Найдите такие шесть чисел, каждое следующее из которых больше предыдущего на 0,4. Их среднее арифметическое равно 3.

**438*.** Найдите 7 таких чисел, каждое следующее из которых меньше предыдущего на 0,2. Их среднее арифметическое равно 6,6.

**439*.** Сократите дроби: $\frac{37373737}{81818181}$; $\frac{609609609}{205205205}$.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 6

I вариант

**1°.** Выполните действия:

$$\left(4\frac{1}{6}-1\frac{1}{3}:0{,}4\right)\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2.$$

**2°.** Решите уравнение:

$$\frac{1}{2}x+1\frac{7}{10}+\frac{2}{3}x=2{,}6.$$

**3°.** Найдите значение выражения $a^2 + 2 \cdot a$ при $a = \frac{2}{3}$.

**4°.** Если к неизвестному числу прибавить $\frac{1}{2}$ его и еще 10, то получим 10,6. Найдите это число.

**5.** Решите уравнение:

$$\left(\frac{25}{72}x - \frac{9}{11}\right) - \left(0{,}375\,x + \frac{5}{9}\right) = \frac{7}{99}.$$

**6.** Если к задуманному числу прибавить 4,5 и сумму умножить на $1\frac{1}{2}$, то получим 15. Какое число задумали?

**7.** Заполните таблицу:

| Время | Путь | Скорость |
|---|---|---|
| | $54\frac{1}{4}$ км | 15,5 км/ч |
| 3,5 ч | | 10 м/с |
| $\frac{2}{3}$ ч | | 30 м/с |

**II вариант**

**1°.** Выполните действия:

$$\left(1\frac{1}{4} - 2{,}5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2\right) : \frac{4}{5}.$$

**2°.** Решите уравнение:

$$\frac{2}{7}y - \frac{3}{14}y + \frac{5}{8} = 1{,}25.$$

**3°.** Найдите значение выражения $4 \cdot a^3 - \frac{1}{2}a$ при $a = \frac{3}{4}$.

**4°.** Если из $\frac{2}{5}$ неизвестного числа вычесть 7,5, то получим 12,5. Найдите это число.

**5°.** Решите уравнение:

$$\left(1{,}46 - \frac{1}{5}x\right) - \left(0{,}86 - \frac{2}{9}x\right) = 1.$$

**6.** Если из задуманного числа вычесть 2,5 и разность разделить на $\frac{3}{4}$, то получим 16. Какое число задумали?

**7.** Заполните таблицу:

| Урожайность | Площадь | Весь урожай |
|---|---|---|
| 4,8 т | $\frac{2}{3}$ га | |
| 4,8 ц | | 6,6 т |
| $47\frac{1}{4}$ т | 450 а | |

## *ЗАДАЧИ НА ВСЕ ДЕЙСТВИЯ*

**440.** Сельское население Украины составляет $\frac{1}{2}$ количества городского. Какую часть всего населения Украины составляет сельское население? Сколько сельского и городского населения отдельно, если население Украины 51,46 млн. человек?

**441.** За три дня туристы прошли 30 км. В первый день они прошли 0,4, а во второй 30 % всего пути. Сколько километров прошли туристы в третий день? Решите задачу двумя способами.

**442.** Первое число 60, второе составляет 90 % первого, а третье — $\frac{2}{3}$ второго. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

**443.** В первый день тракторист вспахал $\frac{2}{7}$ всего поля, во второй день 0,3, а в третий — остальное. Сколько процентов поля вспахал тракторист в третий день?

**444.** Поле прямоугольной формы имеет длину 2400 метров, а ширина его равна $\frac{2}{3}$ длины; 75 % этого поля засеяли пшеницей. Сколько гектаров земли засеяли пшеницей?

**445.** Длина прямоугольника 80 метров, ширина составляет $\frac{5}{16}$ длины. Найдите площадь и периметр прямоугольника.

**446.** Поле треугольной формы имеет основание 900 метров, а высота его составляет 50 % основания; $\frac{2}{3}$ этого поля засеяно рожью. Сколько гектаров земли засеяли рожью?

**447.** За первый месяц истратили $\frac{1}{3}$ заготовленного угля, за второй — 40 % всего угля, а за третий — остальные 32 т. Сколько угля заготовили для отопления?

**448.** Автобус за первый час прошел 35 %, за второй — $\frac{2}{5}$ всего пути, а за третий — остальные 45 километров. Сколько километров автобус прошел за три часа?

**449.** Масса сплава меди и серебра 0,66 кг. Масса меди в сплаве составляет $\frac{5}{6}$ массы серебра. Сколько в сплаве отдельно серебра и меди?

**450.** Как должны разделить между собой полученные за выполненную работу 435 тыс. крб. две машинистки, если известно, что одна из них выполнила 0,4 работы?

**451.** Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, оказался больше соседнего в $4\frac{1}{2}$ раза.

Чему равен каждый из четырех образовавшихся углов?

**452.** Периметр треугольника равен 60 см. Наибольшая сторона больше одной из двух других в 2,6 раза, а второй в 2,4 раза. Найдите стороны треугольника.

**453.** Периметр прямоугольника равен 320 метрам. Одна из его сторон в $1\frac{2}{7}$ раза больше другой. Найдите площадь прямоугольника.

**454.** Периметр прямоугольника 24 см. Ширина его на 3 см меньше длины. Начертите этот прямоугольник и найдите его площадь.

**455.** Сумма чисел, выражающих ширину Татарского и ширину Керченского проливов, равна 11,7 км. Татарский пролив на 3,1 км шире Керченского. Какова ширина каждого из этих проливов?

**456.** Лодка плыла по течению со скоростью 14,5 км/ч, а против течения — со скоростью 12 км/ч. Какова скорость лодки в стоячей воде и какова скорость течения? Запишите числовую формулу для решения задачи. Вычисления выполните с помощью калькулятора.

**457*.** Если к задуманному числу прибавить какое-то число, то будет 15, а если вычесть это же число, то будет $1\frac{3}{4}$. Какое число задумали и какое число нужно прибавить в первом и вычесть во втором случае?

**458.** В состав Крымского полуострова, площадь которого 27 тыс. км $^2$, входят Керченский и Тарханкутский полуострова. Площадь первого из них составляет $\frac{19}{180}$ площади Крымского полуострова и на 1,3 тыс. км$^2$ больше площади второго. Определите площадь каждого из названных полуостровов.

**459.** Заполните таблицу 17. Определите плотность населения каждой области и сравните их. Вычисления выполните на калькуляторе, ответы запишите с точностью до 0,1.

*Таблица 17*

| Область | Площадь, тыс. км² | Количество населения, млн. чел. | Плотность населения, млн. чел./км² |
|---|---|---|---|
| Донецкая | 26,5 | 5,3 | |
| Житомирская | 29,9 | 1,5 | |
| Запорожская | 12,8 | 1,25 | |
| Львовская | 21,8 | 2,75 | |
| Черниговская | 31,9 | 1,4 | |

**460.** Заполните таблицу 18. Определите среднюю урожайность пшеницы, собранной с трех участков. Запишите числовое выражение решения задачи. Вычисления выполните на калькуляторе.

*Таблица 18*

| Урожайность, т/га | Площадь, га | Весь урожай |
|---|---|---|
| 3,9 | 35 | |
| 3,4 | 31,6 | |
| 3,85 | 42,4 | |

**461.** Велосипедист в первый день проехал 87 км, во второй — $\frac{11}{12}$ этого расстояния, в третий — в 1,2 раза больше, чем во второй день. Средняя скорость, с которой ехал велосипедист, была 14,5 км/ч. За сколько часов велосипедист проехал все расстояние (не принимая во внимание время, потраченное на остановки)?

**462.** Товарный поезд был в дороге три часа. За первый час он прошел 44,5 км, за второй — 41 км и за третий — $39\frac{1}{3}$ км. Определите среднюю скорость поезда.

**463.** Расстояние между Сумами и Житомиром 470 км. Из Житомира в Сумы вышел грузовой автомобиль. Через два часа навстречу ему из Сум вышел легковой автомобиль. Скорость грузового автомобиля 60 км/ч, а скорость легкового в 1,5 раза больше. Постройте графики движения обоих автомобилей. Через сколько часов после своего выхода легковой автомобиль встретит грузовой?

**464.** От причала вниз по реке отправили плот, который двигался со скоростью 4 км/ч. Через 3 ч за ним вышла лодка. Ее скорость была 9 км/ч. На каком расстоянии от причала лодка догонит плот? Постройте графики их движения. Запишите числовую формулу решения задачи.

**465.** Расстояние между двумя причалами 18 км. От этих причалов в 6 ч 45 мин утра отошли навстречу друг другу две моторные лодки. Одна из них двигалась со скоростью 250 м/мин, а вторая — со скоростью 0,2 км/мин. Когда лодки встретятся?

**466.** Первая труба наполняет бассейн за $2\frac{1}{2}$ часа, а вторая — за 3,75 часа. За какое время эти трубы наполнят бассейн, если будут открыты одновременно?

**467.** Бассейн заполняется первой трубой за 4 часа, а через вторую трубу вся вода из него выливается за 5 часов. За сколько часов бассейн будет заполнен, если одновременно открыть обе трубы?

**468.** Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу с двух станций. Один из поездов проходит все расстояние между станциями за $3\frac{1}{2}$ часа, а второй — за 2,8 часа. Какую часть пути им осталось пройти до встречи через $1\frac{1}{3}$ часа после выхода?

**469.** Участники автопробега в первый день прошли 0,3 всего пути, во второй день — $\frac{4}{7}$ той части пути, что

осталась, в третий день — $\frac{1}{3}$ нового остатка, в четвертый день — остальные 220 км. Определите длину пути автопробега.

**470.** Из Ужгорода в Харьков вылетел самолет. До остановки в Киеве он пролетел $\frac{3}{5}$ всего пути, от остановки до прибытия в Харьков он пролетел на 250 км меньше, чем до остановки. В воздухе самолет был 1 ч 40 мин, а скорость его все время одинаковая (остановку во внимание не принимать). Чему равно расстояние от Ужгорода до Харькова через Киев? Какова скорость самолета?

**471.** Площадка прямоугольной формы имеет длину 48,5 м, а ее ширина составляет $\frac{5}{13}$ длины. Эту площадку окаймляет дорожка шириной 0,8 м. Найдите площадь дорожки.

**472.** При размоле пшеница теряет 0,1 часть своей массы. Сколько выйдет хлеба из 1,5 т пшеницы, если при выпечке хлеба припек составляет $\frac{2}{5}$ массы муки?

**473.** В учреждении работают 54 служащих, среди которых 0,4 количества мужчин равны $\frac{1}{2}$ количества женщин. Сколько в учреждении мужчин и сколько женщин?

**474*.** У двух братьев 96 орехов, причем $\frac{2}{3}$ количества орехов первого брата равны 0,4 количества орехов второго. Сколько орехов у каждого?

**475*.** В двух рулонах 145,2 м ткани. Сколько ткани в каждом рулоне, если $\frac{2}{3}$ количества метров ткани первого рулона составляет 0,8 количества метров ткани второго?

**476.** Купили 6,75 кг конфет и печенья. Когда раздали 1,5 кг конфет и в $1\frac{1}{2}$ раза больше печенья, то конфет и печенья осталось поровну. Сколько купили конфет и сколько печенья?

**477.** В трех мешках было 207 кг картофеля. Когда из всех мешков картофеля продали поровну, то в первом мешке осталось 25,5 кг, во втором — 35,5 кг и в третьем — 38 кг. Сколько картофеля было сначала в каждом мешке?

**478.** Проволоку длиной 81,5 м разрезали на 3 части так, что вторая часть больше третьей на 3,2 м, а первая больше второй на 3,75 м. Найдите длину каждой части.

**479.** В трех бидонах $42\frac{3}{4}$ л керосина. Сколько керосина в каждом бидоне, если известно, что после того как из первого бидона перелили во второй 2,5 л и в третий — 1,6 л, во всех трех бидонах керосина стало поровну?

**480.** Через час после первого самолета в том же направлении вылетел второй и догнал первый через 1,5 ч после своего вылета. Определите скорость полета второго самолета, если известно, что первый пролетал за час 360 км.

**481.** Два поезда выходят одновременно из Львова и Харькова навстречу друг другу. Расстояние между этими городами через Киев 1020 км. Первый поезд проходит в среднем 48,8 км/ч, а второй — 52,5 км/ч (включая остановки). Каким будет расстояние между поездами через $3\frac{3}{4}$ часа?

**482.** Два парохода вышли из Одессы в одном направлении — один в 7 ч 20 мин, а второй в 15 ч 10 мин в тот же день. Каким будет расстояние между пароходами в 24 ч в тот же день, если известно, что первый пароход проходит в среднем $20\frac{1}{2}$ км в час, а второй 24 км?

**483.** Фабричный корпус в форме прямоугольного параллелепипеда имеет длину 120 м. Ширина корпуса составляет $\frac{2}{3}$ его длины, а высота — $\frac{3}{20}$ ширины. Определите объем этого корпуса.

**484.** На грузовом автомобиле привезли 60 досок, каждая длиной 7 м 2 дм, шириной 25 см, толщиной 4,5 см. Сколько весят все доски, если 1 $дм^3$ древесины имеет массу 0,8 кг?

**485.** Нужно поштукатурить снаружи и побелить одноэтажный дом, размеры которого: длина 24 м, ширина 16 м и высота 4,5 м. В доме 10 окон, размеры каждого из которых 2,5 м $\times$ 1,2 м, и 3 двери, каждая размерами 3 м $\times$ 1,2 м. Сколько будет стоить вся работа, если побелка и штукатурка 1 кв. м стоят 48 тыс. крб.?

**486.** Вокруг прямоугольного участка земли, длина которого 75 м и ширина 45 м, нужно поставить забор. Сколько требуется для этого кубометров досок, если толщина доски 2,5 см, а высота забора должна быть 2,25 м?

**487.** Площадь поля треугольной формы равна 80 га, основание его 2,4 км. Найдите высоту треугольного поля.

**488.** Две машинистки перепечатали работу за 1,6 ч. Одна из них тратит на перепечатывание такой работы 2,5 ч. За какое время может выполнить эту работу вторая машинистка? Ответ дайте с точностью до 0,1 ч.

**489*.** Один рабочий может выполнить некоторую работу за 12,5 ч, а его товарищ выполняет 0,03 этой работы за 1,5 ч. За какое время выполнят всю работу оба, работая вместе?

**490*.** Половину задания выполнили за 0,8 ч. Какую часть задания выполнят за 1 ч, если работа выполняется все время с одинаковой скоростью?

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 7

**I вариант**

**1°.** Из бочки вылили сначала $\frac{3}{8}$, а затем — $\frac{1}{6}$ всей воды, что была в ней, после этого в ней осталось 22 ведра воды. Сколько воды было в бочке?

**2°.** Первая труба наполняет бассейн за 4 ч, а вторая — за 6 ч. За какое время обе трубы наполнят бассейн, если будут открыты одновременно?

3. Автомобиль прошел в первый день $\frac{2}{5}$ расстояния между городами, во второй — $\frac{7}{13}$ остатка, в третий день — остальные 180 км. Найдите расстояние между городами.

4. Площадь поля треугольной формы равна 8 га, основание его равно $\frac{4}{5}$ км. Найдите высоту треугольного поля.

II вариант

1°. Участники автопробега в первый день проехали $\frac{4}{9}$, во второй— $\frac{5}{12}$ всего пути, в третий день — остальные 75 км. Определите длину пути автопробега.

2°. Два насоса могут наполнить бассейн за 4 ч. За какое время наполнит этот бассейн первый насос, если второму для этого нужно 6 ч?

3. Выход муки при размоле пшеницы составляет $\frac{9}{10}$ массы зерна. Выпечка хлеба дает припек в 0,4 массы муки. Сколько хлеба выйдет из пшеницы, собранной с 10 га земли при урожае 4 т с 1 га?

4. Площадь поля треугольной формы равна 160 а, высота его равна $\frac{1}{5}$ км. Найдите основание треугольного поля.

## 6. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ

### 6.1. ОТНОШЕНИЯ ВЕЛИЧИН И ИХ СВОЙСТВА

Что общего у таких двух задач:

**Задача 1.** Один кусок ткани имеет длину 10,5 м, а второй — 3,5 м. Во сколько раз длина первого куска больше длины второго?

**Задача 2.** На окраску пола в спальне пошло 3 л краски. Сколько нужно краски, чтобы покрасить пол

в гостиной, если ее площадь равна 32 кв. м, а площадь спальни 16 кв. м?

В математике есть удобный способ сопоставления однородных величин, заключающийся в том, что для сравнения величин ищут ответ на вопрос, во сколько раз одна из них больше другой. Ответ на этот вопрос находят с помощью деления. Частное двух чисел в таких случаях называют *отношением*.

*Отношением называется число, показывающее, во сколько раз одна величина больше другой, или какую часть составляет одна величина от другой.*

Два числа, составляющие отношение, называются *членами отношения*. Первый член называется *предыдущим*, а второй — *последующим*. Например, в отношении 3:5, или $\frac{3}{5}$, число 3 является предыдущим, а 5 — последующим членом отношения.

Пусть мы имеем отношение 40:10, разделив его члены на 5, получим 8:2 и этим не изменим отношения, а умножив члены отношения, например на 2, получим 80:20 и также не изменим отношения. Все эти три отношения можно заменить одним: 4:1.

В общем виде это свойство можно записать так:

$$\frac{a}{b}=\frac{an}{bn}=\frac{a:n}{b:n}.$$

Рассмотрим некоторые важные свойства отношений.

1. Отношение величин заменяют отношением чисел, измеряющих их, например:

$$12\text{ м}:6\text{ м}=12:6, \text{ или}$$
$$120\text{ км}:2\text{ см}=12\,000\,000:2=6\,000\,000:1.$$

2. Отношение бóльших чисел можно заменить отношением меньших чисел. Например, вместо отношения 18 000:6 можно взять отношение 3000:1 или вместо отношения 160:35 можно взять отношение 32:7.

**3.** Отношение дробных чисел можно заменить отношением целых чисел:

$$5 : \frac{1}{2} = 10 : 1;$$

$$3{,}5 : 5\frac{2}{3} = \frac{7}{2} : \frac{17}{3} = \frac{21}{6} : \frac{34}{6} = 21 : 34.$$

## 6.2. ПРОПОРЦИИ

**Задание.** Из данных отношений выберите равные между собой:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 15:20; | 18:6; | 24:4; | 6:8; |
| 42:7; | 3:1; | 2:4; | 4:16; |
| $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$; | 40:80; | $\frac{5}{8} : \frac{5}{32}$; | 1,4:5,6. |

*Равенство двух отношений называют пропорцией.*

Вот примеры равенств, которые называются пропорциями:

$2:1 = 10:5$; $\qquad 2000:20 = 500:5$;

$0{,}5 \cdot 2 = 0{,}75:3$; $\qquad \frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{8} : \frac{1}{4}$.

С помощью букв пропорцию можно записать так:

$$a:b = c:d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Эту запись читают: «$a$, деленное на $b$, равно $c$, деленному на $d$» или «отношение $a$ к $b$ равно отношению $c$ к $d$».

В пропорции $a:b = c:d$ числа $a$ и $d$ называют *крайними членами*, а числа $b$ и $c$ — *средними членами* пропорции.

Пропорция $42:7 = 24:4$ *истинная*, потому что значениями ее левой и правой частей является одно и то же число 6. Найдем произведение крайних и произведение средних членов этой пропорции:

$$42 \cdot 4 = 168; \qquad 7 \cdot 24 = 168.$$

***Если пропорция истинная, то произведение ее крайних членов равно произведению средних членов.***

Это свойство называют *основным свойством пропорции.*

Пусть пропорция $a:b=c:d$ истинная. Если значение левой части этой пропорции равно $k$, то и значение правой части равно $k$: $a:b=k$ и $c:d=k$.

Откуда $a=bk$ и $c=dk$.

Рассмотрим произведение крайних и средних членов пропорции:

$$ad=bk\cdot d=bdk;$$
$$bc=b\cdot dk=bdk.$$

Отсюда видно, что произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов:

если $a:b=c:d$, то $ad=bc$.

С помощью пропорции можно решить многие задачи.

## 6.3. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ

**Задача 1.** На пошив костюма идет 2,9 м ткани. Сколько ткани идет на пошив 2, 3, 4, 10 и $k$ таких костюмов? Вычислите и результаты запишите в таблицу.

*Таблица 19*

| Количество костюмов | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 20 | 45 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Количество ткани в метрах | 2,9 | | | | | | | | |

Ответьте на вопросы:

1) Сколько величин рассматривается в задаче?

2) Какие из величин изменяются, а какие остаются постоянными?

3) Какой вывод можно сделать, сравнивая отношение двух каких-либо числовых значений одной вели-

чины с отношением соответствующих им числовых значений другой величины?

4) Из соответствующих отношений, взятых из таблицы 19, составьте несколько пропорций.

**Задача 2.** Велосипедист за час проезжает 15 км. Какой путь он проедет за 1 ч, 2,5 ч, 2 ч, 3 ч, 5 ч? Вычислите и результаты запишите в таблицу.

*Таблица 20*

| Скорость, км/ч | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Время, ч | 1 | 2 | 2,5 | 2,8 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Путь, км | | | | | | | | | |

Заполняя таблицу 20, легко увидеть, что путь равен произведению скорости на время движения, то есть $s = vt$.

В данном случае скорость постоянная и равна 15 км/ч.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{15}{1} = \frac{30}{2} = \frac{37{,}5}{2{,}5} = \frac{90}{6} = \frac{105}{7} = 15.$$

*Если две величины изменяются так, что отношение соответствующих значений этих величин является постоянным числом, то такие величины называются прямо пропорциональными.*

**Задача 3.** С какой скоростью должен ехать велосипедист, чтобы расстояние 45 км проехать за 1 ч, 2 ч, 2,5 ч, 2,8 ч, 3 ч, $k$ ч?

Вычислите и результаты запишите в таблицу.

*Таблица 21*

| Путь $s$, км | 45 | 45 | 45 | 45 | 45 | 45 | 45 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Время $t$, ч | 1 | 2 | 2,5 | 2,8 | 3 | 4 | 5 |
| Скорость $v$, км/ч | | | | | | | |

Из таблицы 21 видно, что $t$ и $v$ переменные величины, но произведение их соответствующих значений постоянно и равно 45.

$$v \cdot t = 45 \cdot 1 = 22{,}5 \cdot 2 = 15 \cdot 3 = 11{,}25 \cdot 4 = 9 \cdot 5 = 45.$$

*Если две величины изменяются так, что произведение соответствующих значений этих величин является постоянным числом, то такие величины называются обратно пропорциональными.*

Можно дать другое определение прямой и обратной пропорциональности.

Если две переменные величины связаны между собой так, что с увеличением (уменьшением) одной из них в несколько раз значение другой увеличивается (уменьшается) во столько же раз, то такие величины называются прямо пропорциональными.

Если две переменные величины связаны между собой так, что с увеличением (уменьшением) значения одной из них в несколько раз значение другой уменьшается (увеличивается) во столько же раз, то такие величины обратно пропорциональны.

### Вопросы для самопроверки и повторения

1. Что называют отношением?
2. Можно ли частное 42 м : 14 назвать отношением?
3. Сформулируйте свойства отношения.
4. Где на практике используют отношения?
5. Что называется пропорцией?
6. Какие члены называют крайними и какие средними членами пропорции?
7. Сформулируйте основное свойство пропорции.
8. Из каких 4 чисел можно составить пропорции?
9. Из каких отношений можно составить пропорцию?
10. Как найти неизвестный средний член пропорции?
11. Как найти неизвестный крайний член пропорции?

**12.** Какие величины называют прямо пропорциональными?

**13.** Какие величины называют обратно пропорциональными?

**14.** Приведите примеры постоянных величин.

**15.** Как заменить отношение дробных чисел отношением целых чисел?

**16.** Как найти неизвестный предыдущий (последующий) член отношения?

**17.** Как проверить, истинна ли пропорция?

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 6.1

**491.** С первого участка собрали 840 ц пшеницы, а со второго 240 ц. На сколько центнеров пшеницы собрали с первого участка больше, чем со второго? Во сколько раз с первого участка собрали пшеницы больше, чем со второго? Какую часть пшеницы, собранной с первого участка, составляет пшеница, собранная со второго участка? Во сколько раз больше нужно автомобилей (одинаковой грузоподъемности) для перевозки пшеницы с первого участка, чем со второго?

**492.** Найдите отношение чисел:

а) 65 к 5; б) 72 к 18; в) 42 к 14;
г) 6,5 к 13; д) 0,56 к 0,07; е) 14 к 3,5;
ж) $\frac{1}{2}$ к $\frac{1}{4}$; з) 9,1 к 0,7; и) $1\frac{7}{9}$ к $1\frac{8}{15}$.

**493.** Найдите отношение:

а) 3 дм : 2 см; б) 3 м : 5 см; в) 1,2 км : 80 м;
г) 1 см : 1 мм; д) 4 кг : 250 г; е) 720 г : 3,6 кг;
ж) 1 м : 1 дм; з) 1 м : 1 см; и) 4 дм : 250 см.

**494.** Найдите неизвестный член в отношениях:

а) $x : 6 = \frac{2}{3}$; б) $x : 18 = \frac{1}{3}$; в) $x : 0{,}75 = \frac{2}{5}$;

г) $x : 0{,}125 = \frac{3}{8}$; д) $7 : x = 25$; е) $4 : x = \frac{2}{5}$;

ж) $17 : x = \frac{1}{2}$; з) $x : 0{,}25 = \frac{1}{4}$; и) $14 : x = \frac{1}{3}$.

**495.** Найдите неизвестное число в каждом из отношений:

а) $x : 3{,}5 = 4$; б) $7{,}2 : x = 1{,}2$; в) $\frac{x}{12} = 7$;

г) $\frac{325}{x} = 10$; д) $\frac{x}{100} = 0{,}5$; е) $\frac{10}{x} = 8$.

**496.** Столб высотой 7,5 м бросает тень длиной $11\frac{1}{4}$ м. Найдите отношение высоты столба к длине его тени.

**497.** Урожайность ржи на одном поле 30 ц с 1 га, а на другом — 36 ц с 1 га. Найдите отношение урожайности ржи на одном и другом полях.

**498.** Что будет с отношением, если предыдущий член уменьшить в 2 раза? в 5 раз? в 10 раз? в 7,5 раза?

**499.** Как изменится отношение, если предыдущий член увеличить в 10 раз, а последующий — в 2 раза?

**500.** Как изменится отношение, если предыдущий член уменьшить в 9 раз, а последующий — в 2 раза?

**501.** Что будет с отношением, если предыдущий и последующий члены: а) увеличить в 4 раза? б) умножить на 2,5? в) уменьшить в 7 раз? г) разделить на $4\frac{1}{3}$?

**502.** Замените отношение дробных чисел отношением целых чисел:

а) $1 : \frac{2}{3}$; б) $\frac{4}{5} : \frac{3}{5}$; в) $3\frac{2}{5} : 2\frac{4}{5}$;

г) $0{,}5 : 0{,}04$; д) $0{,}08 : \frac{1}{4}$; е) $\frac{2}{3} : 0{,}12$.

**503.** Каждые 100 м длины изображаются на плане отрезком 1 см. Найдите числовой масштаб плана.

**504.** Какую длину имеет на карте расстояние 45 км, если числовой масштаб равен $\frac{1}{100\,000}$?

**505.** Длина огорода 170 м, ширина 110 м. Какие размеры (длину, ширину и площадь) будет иметь изображение этого огорода на плане, начерченном в масштабе $\frac{1}{500}$?

**506.** Определите числовой масштаб карты, если расстояние между Полтавой и Винницей на местности равно 570 км, а на карте 9,5 см.

**507.** Сократите отношения:

15:25; 25:75; 126:297; 24:56;
150:1200; 600:2800; 17:102; 18:104.

**508.** Замените отношения дробных чисел отношениями целых чисел: $\frac{3}{5} : \frac{4}{5}$; $\frac{7}{8} : \frac{5}{8}$; $\frac{7}{8} : \frac{5}{9}$; $\frac{1}{2} : \frac{2}{5}$; 1,3 : 0,27; 0,07 : 0,6; $1\frac{2}{3} : 4\frac{3}{7}$; $1,6 : 3\frac{4}{7}$; 1,5 : 0,06.

**509.** Для географической карты взят масштаб 100 км в 1 см. Запишите числовой масштаб.

**510.** Какую длину имеет на карте расстояние 90 км, если числовой масштаб равен $\frac{1}{100000}$?

**511.** Туристы движутся из города $A$ в город $B$, расстояние между которыми по карте 3,2 см. Определите, какое расстояние на местности нужно им пройти, если числовой масштаб равен $\frac{1}{1000000}$?

**512*.** На плане, начерченном в масштабе $\frac{1}{100}$, площадь зала равна $\frac{4}{5}$ дм$^2$. Определите настоящую площадь зала.

## К пункту 6.2

**513.** Можно ли составить пропорции из таких отношений:

а) 12 : 4 и 27 : 9; б) 10 : 2 и 15 : 5;

в) $15 : 18$ и $10 : 12$; г) $\frac{1}{5} : 2$ и $0{,}4 : 2$;

д) $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$ и $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{5}$?

**514.** Из данных отношений выберите те, из которых можно составить пропорции:

а) $8 : 4$; $25 : 5$; $10 : 2$; $20 : 10$; $0{,}18 : 0{,}3$; $12 : 20$;

б) $\frac{1}{4} : \frac{1}{8}$; $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$; $2{,}5 : 1$; $\frac{5}{6} : \frac{1}{3}$; $\frac{7}{15} : \frac{1}{15}$; $\frac{6}{7} : \frac{1}{7}$.

**515.** Можно ли составить пропорции из таких чисел:

а) 9; 3; 21; 7; б) 15; 14; 8; 75;

в) 100; 80; 4; 5; г) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $1\frac{3}{4}$; $1\frac{5}{16}$?

**516.** Проверьте основное свойство пропорции:

а) $1 : 3 = 6 : 18$; б) $2 : 9 = 4 : 18$;

в) $0{,}1 : 0{,}5 = 2 : 10$; г) $8 : 6 = \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$.

**517.** Найдите неизвестный член пропорции:

а) $x : 1 = 2 : 7$; б) $x : 9 = 7 : 14$;

в) $45 : 18 = 180 : x$; г) $21 : x = 36 : 12$;

д) $75 : 9 = x : 9$; е) $\frac{1}{8} : \frac{1}{3} = \frac{3}{7} : x$;

ж) $3{,}1 : 9{,}3 = x : \frac{7}{9}$; з) $2\frac{2}{3} : 0{,}03 = 1\frac{7}{9} : x$;

и) $12 : x = 0{,}4 : 1{,}8$; к) $7 : 1\frac{3}{4} = 3{,}6 : x$.

**518.** Стальной шарик объемом 6 куб. см имеет массу 46,8 г. Какова масса шарика из той же стали, если объем этого шарика 2,5 куб. см?

**519.** Из 21 кг хлопковых семян получили 5,1 кг масла. Сколько масла можно получить из 7 кг хлопковых семян?

**520.** Из свежих вишен после сушки выходит 15 % сушеных вишен. Сколько сушеных вишен получим из 120 кг свежих вишен?

**521.** На пошив 24 костюмов пошло 99,6 м ткани. Сколько таких же костюмов выйдет из 149,4 м такой ткани?

**522.** Останется ли верной пропорция $75 : 15 = 105 : 21$, если оба члена первого отношения разделить на 5, а оба члена второго отношения разделить на 7? Объясните ответ.

**523.** Останется ли верной пропорция $2 : 3 = 8 : 12$, если оба члена первого отношения умножить на 10, а оба члена второго отношения умножить на 9?

**524.** Будет ли верной пропорция $36 : 12 = 48 : 16$, если:

а) оба крайние члена разделить на 2;

б) оба крайние члена умножить на 3;

в) оба средние члена разделить на 6;

г) оба средние члена умножить на 4?

**525.** Найдите $x$ из таких пропорций:

а) $4{,}5 : 3x = 5 : 28$; б) $180 : 8x = 75 : 30$;

в) $2x : 9 = 2\frac{1}{3} : 5\frac{1}{4}$; г) $\frac{2}{3}x : \frac{1}{5} = 3\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$.

**526.** Для покраски 7,5 кв. м пола истратили 0,75 кг охры. Сколько охры нужно для покраски пола в комнате, размеры которой 3,15 м $\times$ 4,5 м?

**527.** Насос подает 144 куб. м воды за 8 ч 24 мин. За какое время он может подать 4280 куб. м воды?

### К пункту 6.3

**528.** На токарном станке за $1\frac{3}{4}$ ч нарезали 28 болтов. Сколько болтов можно нарезать на этом станке за 6 часов?

**529.** Для выпечки 600 кг хлеба истратили 4,35 ц муки. Сколько нужно муки, чтобы выпечь 1,6 т хлеба такого же сорта?

**530.** Из 20 кг воды озера Сиваш можно добыть 0,5 кг соли. Сколько нужно взять этой воды, чтобы получить 1 т соли?

**531.** Из 0,3 т свежих яблок вышло 57 кг сушеных. Сколько можно получить сушеных яблок из 2,1 т свежих? Решите эту задачу двумя способами: приведением к единице и составлением пропорции.

**532.** Из 100 кг ржи выходит 90 кг муки. Сколько ржи нужно заготовить, чтобы в тех же условиях вышло 1,4 т муки?

**533.** 15,5 куб. м гашеной извести имеют массу 18,6 т. Какой объем имеет гашеная известь массой 14,4 т?

Следующие задачи решите двумя способами: приведением к единице и составлением пропорции.

**534.** 32 каменщика вымостили улицу за 42 дня. Сколько каменщиков вымостят такую улицу за 24 дня?

**535.** Для отопления школы заготовили топлива на 180 дней при норме расхода 0,4 т в день. На сколько дней хватило бы этого топлива при ежедневном расходе 3,2 ц?

**536.** Самолет пролетел расстояние между городами Ужгород и Харьков за 3 часа со скоростью 400 км/ч. Сколько времени он летел назад, если из-за неблагоприятной погоды он за час пролетал лишь 360 км?

**537.** Для перевозки груза нужен 41 вагон грузоподъемностью 16,5 т. Сколько нужно вагонов грузоподъемностью 40 т для перевозки этого груза?

**538.** Два шкива соединены пассовой передачей. Длина обода одного шкива равна 174 см, второго — 75 см. Первый шкив делает 50 оборотов в минуту. Сколько оборотов в минуту делает второй шкив?

**539.** На участке железнодорожного пути старые рельсы длиной 6 м решили заменить новыми длиной 9 м. Сколько нужно новых рельсов, чтобы заменить 720 старых рельсов?

**540.** В двух ящиках 144 кг чая. Количество чая во втором ящике составляет $\frac{4}{5}$ количества чая в первом. Сколько чая в каждом ящике? Решите эту задачу двумя способами.

**541.** Чтобы сделать замазку для дерева, берут известь, ржаную муку и масляный лак в отношении

3:2:2. Сколько нужно взять каждого материала для изготовления 8,4 кг замазки?

**542.** Для изготовления фарфора берут 25 частей белой глины, 2 части песка и 1 часть гипса. Сколько каждого из этих материалов нужно взять для изготовления 2,8 кг смеси, из которой делают фарфор?

**543.** Сплав состоит из меди, олова и сурьмы, взятых в отношении 1:2:2. Сколько нужно взять каждого из этих веществ, чтобы получить 0,792 т сплава?

**544.** Вода состоит из 2 частей водорода и 16 частей кислорода (по массе). Сколько кислорода и водорода (по массе) содержится в 5,4 л воды?

**545.** 0,82 сплава составляет медь, 0,16 — олово и 0,02 — цинк. Сколько килограммов каждого металла в 0,364 т сплава?

**546.** Во сколько раз увеличится площадь прямоугольника, если одну из его сторон удвоить; утроить? Проиллюстрируйте содержание задачи рисунком произвольного прямоугольника. Сделайте проверку.

**547.** Во сколько раз увеличится площадь квадрата, если сторону его удвоить; утроить? Проиллюстрируйте содержание задачи рисунком произвольного квадрата. Сделайте проверку.

**548.** Во сколько раз увеличится объем куба, если ребро его удвоить; утроить? Проиллюстрируйте содержание задачи с помощью модели куба. Сделайте проверку.

**549.** Найдите прямо пропорциональные и обратно пропорциональные величины:

а) масса товара и его стоимость;

б) скорость поезда и время, необходимое для преодоления им определенного расстояния;

в) число рабочих и время выполнения определенной работы;

г) масса тела и его объем;

д) длина и ширина прямоугольного поля при одинаковой его площади;

е) величина порции и число людей, между которыми распределяется определенный запас провианта.

**550.** Поезд проходит расстояние между городами Луцк и Киев за 8 ч 30 мин при средней скорости 45 км/ч. Сколько времени нужно поезду, чтобы пройти это расстояние, если скорость его увеличить на 5 км/ч?

**551*.** Груз в 8 кг подвешен к плечу рычага, длина которого 70 см. Сколько весит гиря, уравновешивающая этот груз и подвешенная к другому плечу рычага, длина которого 28 см?

**552.** Для 32 голов скота на 72 дня нужно 3,84 т сухой подстилки. Сколько сухой подстилки нужно для 40 голов скота на 80 дней? Решите задачу двумя способами.

**553.** За 36 рабочих дней бригада лесорубов в составе 30 человек заготовила 1944 куб. м дров. Сколько дров заготовит бригада из 24 человек за 50 дней при такой же производительности труда?

**554.** Чтобы сшить 12 палаток, нужно 240 м брезента шириной 1,2 м. Сколько метров брезента шириной 0,9 м нужно, чтобы сшить 8 таких палаток?

**555.** В книге 524 страницы, на каждой странице 41 строка, в каждой строке в среднем 54 буквы. На скольких страницах может быть напечатана эта книга, если на странице будет 48 строк и в каждой строке 42 буквы?

**556.** Для построения стены длиной 18 м, шириной 0,65 м и высотой 2,1 м нужно 13 650 кирпичей. Какой высоты стену можно построить при длине 15 м, толщине 0,6 м, имея 6000 таких кирпичей? Запишите числовое выражение для решения задачи. Вычисления выполните с помощью микрокалькулятора.

**557.** В первый день мальчик прочитал 20 % всей книжки, во второй день — $\frac{2}{5}$ количества страниц этой книжки, а в третий — остальные 30 страниц. Сколько страниц в книжке? Сколько страниц книжки прочитывал мальчик каждый день? Сколько процентов книжки прочитывал мальчик каждый день? Каким пропорциональным числам соответствует количество страниц, прочитанных мальчиком каждый день? Задачу решите несколькими способами.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 8

I вариант

1°. Решите уравнение:

а) $11{,}2 : 34{,}4 = x : 51{,}6$;

б) $3\frac{1}{7} : \frac{3}{4} = 3\frac{2}{3} : x$.

2°. Отрезку, длина которого 7,2 см, соответствует отрезок на местности длиной 144 км. Чему равно расстояние между двумя городами, если на карте расстояние между ними 10,8 см?

3°. Для перевозки груза нужно 40 вагонов грузоподъемностью 16,5 т. Сколько нужно вагонов грузоподъемностью 22 т для перевозки этого груза?

4. Верна ли пропорция:

а) $2{,}4 : 0{,}4 = 1{,}8 : 0{,}3$;

б) $\frac{6}{11} : \frac{3}{22} = \frac{12}{7} : \frac{5}{34}$?

5. Из 1,6 т свежих яблок вышло 2,28 ц сушеных. Сколько сушеных яблок может выйти из 42 ц свежих?

6. Для перевозки нефти нужно 25 цистерн емкостью 16 500 кг каждая, но на железной дороге были только большие цистерны емкостью 24,75 т каждая. Сколько больших цистерн нужно взять для перевозки нефти?

II вариант

1°. Решите уравнение:

а) $\frac{4}{7} : \frac{20}{21} = x : \frac{25}{6}$;

б) $k : 67{,}8 = 6{,}35 : 7{,}62$.

2°. Чтобы засеять 8 га поля, истратили 14,4 ц зерна. Сколько нужно зерна, чтобы засеять 160 а поля?

3°. На некотором участке железной дороги в 2,448 км шестиметровые рельсы нужно заменить новыми девятиметровыми. Сколько нужно новых девятиметровых рельсов?

**4.** Верна ли пропорция:

а) $2{,}7 : 0{,}6 = 3{,}6 : 0{,}8$;

б) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4} = \frac{2}{15} : \frac{2}{5}$ ?

**5.** Из 2 ц ржи получили 1,8 ц муки. Сколько ржи нужно заготовить, чтобы в таких же условиях получить 1 т муки?

**6.** В бутыль, вмещающую 5,4 л керосина, налили вместо керосина одинаковое по массе количество дегтя. Сколько литров дегтя налили в бутыль? (Масса 1 л керосина 800 г, масса 1 л дегтя 1,2 кг.)

## 7. КРУГЛЫЕ ТЕЛА

### 7.1. ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ

Вспомним материал об окружности, изученный в пятом классе.

*Окружность* — это фигура, состоящая из всех точек плоскости, равноудаленных от данной точки, которая называется *центром окружности*. Рассмотрите рисунок 56. Назовите радиус, диаметр, хорду изображенной на рисунке окружности.

*Кругом* называется часть плоскости, ограниченная окружностью (рис. 57). Круг, как и окружность, имеет центр, радиус, диаметр и хорды. Кроме того, отдельные его части имеют специальные названия. Часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой, называется *сектором*. Примерами секторов являются трибуны в цирке или на стадионе. Часть круга, ограниченная хордой и дугой, называется *сегментом*. Покажите сектор и сегмент на рисунке 57.

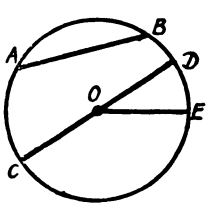


Рис. 56

**Задание.** С помощью ленты измерьте длину окружности $C$ и ее диаметра $d$. Все измерения выполните

*Таблица 22*

| Измерения | $C$ | $d$ | $\frac{C}{d}$ |
|---|---|---|---|
| Первое | | | |
| Второе | | | |
| Третье | | | |

с точностью до 1 мм. Результаты запишите в таблицу (табл. 22).

Найдите отношение длины окружности к длине ее диаметра. Используя буквенную символику, запишите формулу для вычисления длины окружности. Длина окружности приблизительно в 3,14 раза больше длины диаметра, поэтому $C=3{,}14\,d$, или $C=6{,}28\,r$.

Доказано, что отношение длины окружности к диаметру выражается бесконечной десятичной дробью.

$$\frac{C}{d}=3{,}14159...$$

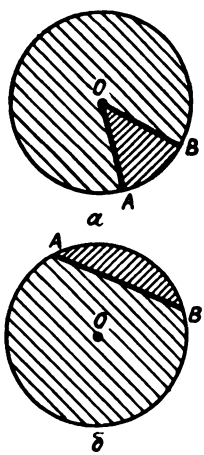



Рис. 57

Отношение длины окружности к диаметру принято обозначать греческой буквой $\pi$, и формулу длины окружности записывают так:

$$C=\pi d.$$

Для расчетов число $\pi$ округляют до сотых, то есть берут 3,14, или заменяют дробью $\frac{22}{7}$.

Первым вычислил значение числа $\pi$ древнегреческий математик Архимед (около 287—212 до н. э.). Он доказал, что $3\frac{10}{71}<\pi<3\frac{1}{7}$. Вычислением приближенного значения числа $\pi$ занимались многие ученые

мира. В 1597 г. бельгиец А. ван Роомен (1561—1615), работая над проблемами геометрии и тригонометрии, определил число $\pi$ с 17 десятичными знаками после запятой. В то время это была наивысшая точность для Европы. Современные компьютеры дают возможность вычислять значение $\pi$ с любым количеством десятичных знаков.

## 7.2. ПЛОЩАДЬ КРУГА

**Задача 1.** На полу спортивного зала нужно закрасить круг радиусом 2 м. Сколько нужно краски, если на 1 м$^2$ расходуют 0,2 кг краски?

Чтобы решить эту задачу, нужно найти площадь круга. Как это сделать?

Чтобы установить правило вычисления площади круга, разделим его на несколько частей (секторов), из которых составим криволинейную фигуру (рис. 58). Эта фигура по форме напоминает параллелограмм. Отличие между ними в том, что в полученной фигуре две противолежащие стороны не прямолинейные, а состоят из криволинейных звеньев. Легко заметить, что рассматриваемая фигура тем ближе к параллелограмму, чем на большее количество секторов разделен круг. Основанием такого параллелограмма является половина длины окружности, а высотой —

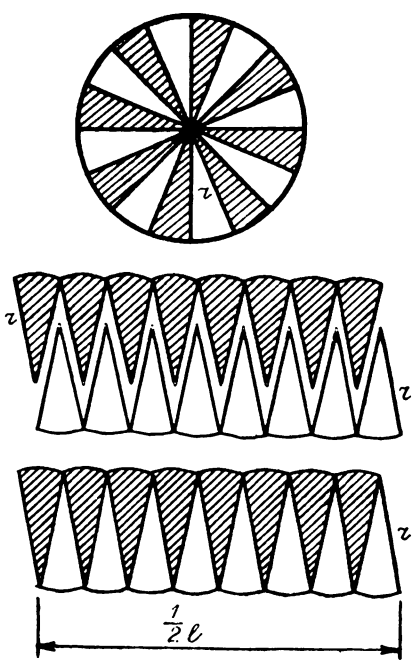



Рис. 58

радиус круга. Вспоминая правило вычисления площади параллелограмма, можем сделать вывод:

*Площадь круга равна произведению половины длины его окружности на радиус.*

$$S=\frac{1}{2}\cdot C\cdot r=\frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot r=\pi r^2;$$

$$S=\pi r^2.$$

Позже эта формула будет строго обоснована.

Площадь круга можно определить, взвесив круглую пластинку, вырезанную из однородного металла, и квадратную, вырезанную из того же материала и принятую за единицу площади. Сравнив массы этих пластинок, можно найти приближенно площадь круга.

Интересный материал об измерении площадей криволинейных фигур встречаем в работах украинского математика Н. Чайковского (1887—1970). Кроме теории уравнений и создания украинской математической терминологии, он занимался исследованием исторических материалов по математике. Изучая материал греческих математиков, Н. Чайковский сделал вывод, что Гиппократ первый в истории математики сумел фигуру, ограниченную кривыми линиями, преобразовать в равновеликую ей прямолинейную фигуру. Можно было рассчитывать, что это удастся сделать с кругом. Но надежды Гиппократа, как и многих других математиков, не оправдались. Попытки преобразовать круг в равновеликую прямолинейную фигуру прекратились в последней четверти 19 в.

**Задача 2*.** Гиппократ доказал, что площадь двух луночек (рис. 59) равна площади треугольника $ABC$. Проверьте верность утверждения Гиппократа.

Решение. $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4=$

$=6$ (кв. ед.).

$$S_1+S_2=(\pi R_1^2+\pi R_2^2+S_{\triangle ABC})-\pi R^2=$$

$$=\left(\frac{9}{4}\pi+\frac{16}{4}\pi+6\right)-\frac{25}{4}\pi=$$

$$=\frac{25}{4}\pi+6-\frac{25}{4}\pi=6 \text{ (кв. ед.)}.$$

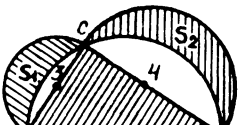



Рис. 59

## 7.3. ЦИЛИНДР

О таких предметах, как круглый карандаш, металлическая консервная банка, труба и другие, говорят, что они имеют форму цилиндра. Цилиндр состоит из двух одинаковых кругов, лежащих в нижнем и верхнем основаниях цилиндра и боковой поверхности.

**Задание 1.** Назовите несколько предметов, имеющих форму цилиндра.

**Задание 2.** Какая фигура образуется при вращении прямоугольника $ABCD$ вокруг одной из сторон? Какую поверхность опишут стороны $CD$ и $AD$ (рис. 60)?

Сторону $CD$ (рис. 60), описывающую в пространстве боковую поверхность цилиндра, называют *образующей*, так как при вращении прямоугольника $ABCD$ вокруг $AB$ она образует цилиндр. Сторона $AD$ описывает круг радиусом $AD$ (основание цилиндра). Сторону $AB$ называют *высотой* ($AB=CD$) цилиндра.

**Задание 3.** Оберните цилиндр бумагой и таким образом определите боковую поверхность цилиндра. Сравните длину окружности основания цилиндра с длиной развертки боковой поверхности цилиндра.

Если развернуть боковую поверхность цилиндра, то образуется прямоугольник, длина основания которого равна длине окружности основания цилиндра $AB=2\pi r$, а высота — высоте цилиндра $AD=OO_1=h$. Таким образом, развертка цилиндра состоит из прямоугольника и двух кругов (рис. 61).

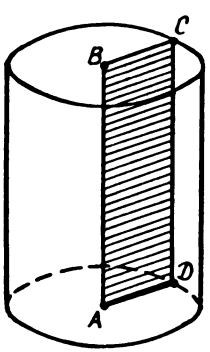


Рис. 60

*Площадь боковой поверхности цилиндра равна площади прямоугольника, основание которого* $2\pi r$, *а высота* $h$, *то есть равна* $2\pi rh$.

Итак, площадь полной поверхности цилиндра равна:

$$S=2\pi r^2+2\pi rh.$$

Объем цилиндра вычисляется аналогично вычислению объема призмы

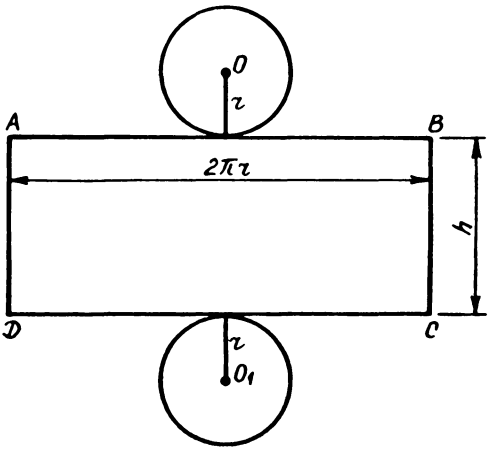



Рис. 61

по формуле: $V=Sh$, где $S$ — площадь основания (круга), $h$ — высота призмы.

$$V=Sh=\pi r^2 h.$$

Формула для вычисления объема цилиндра будет обоснована позже.

## 7.4. КОНУС

Наглядное представление о конусе можно получить, вращая прямоугольный треугольник $AOB$ вокруг одного из его катетов (рис. 62). Катет $BO$ при этом будет *высотой* конуса. Второй катет $AO$ описывает круг, который называется *основанием* конуса. Отрезок $AB$ называется *образующей* конуса.

Оберните конус (рис. 63) бумагой и подумайте над определением боковой и полной поверхности конуса. Сравните длину окружности основания конуса с длиной дуги развертки боковой поверхности конуса, после чего убедитесь, что они равны.

Развертка конуса состоит из сектора, радиус которого $AB$, и круга, лежащего в основании конуса (рис. 64).

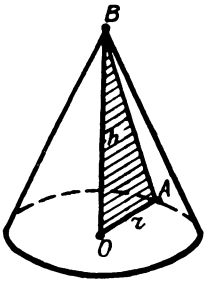



Рис. 62

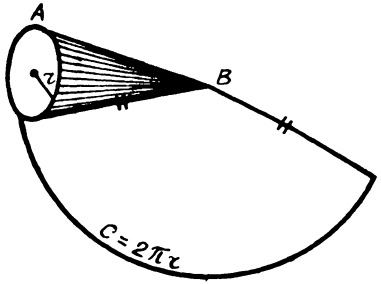



Рис. 63

Площадь боковой поверхности конуса, состоящего из секторов $ABA_1$, $A_1BA_2$ ... и т. д., равна:

$$S_{б.кон.}=S_1+S_2+S_3+...+S_n$$

Заменив каждый из секторов треугольником, которые приближенно им равны, получим:

$$S_{б.к}=\frac{1}{2}\cdot l\cdot a_1+\frac{1}{2}\cdot l\cdot a_2+\frac{1}{2}\cdot l\cdot a_3+...+\frac{1}{2}\cdot l\cdot a_n=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot l\cdot(a_1+a_2+a_3+...+a_n)=\frac{1}{2}\cdot l\cdot C=\frac{1}{2}C\cdot l=\pi rl,$$

где $C=2\pi r$ — длина окружности основания конуса.

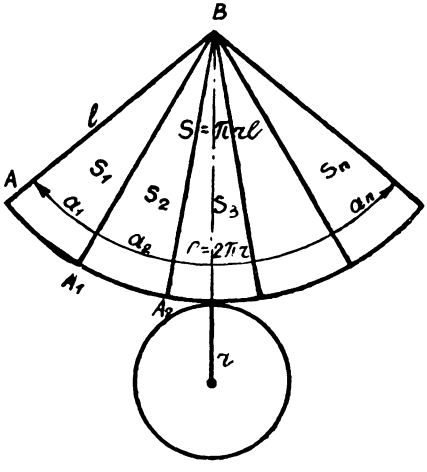



Рис. 64

Если радиус основания конуса $r$, то $C=2\pi r$, и получим:

$$S_{б.}=\frac{1}{2}lC=\pi rl.$$

Площадь поверхности конуса равна:

$$S_{б.}+S_{осн.}=\pi rl+\pi r^2.$$

Сравните форму конуса с формой пирамиды. Что общее у этих тел? Чем они отличаются?

Объем конуса вычисляется аналогично объему пирамиды по формуле:

$$V=\frac{1}{3}Sh,$$

где $S$ — площадь основания (круга), $h$ — высота пирамиды.

$$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2h.$$

Формулы для вычисления площади поверхности и объема конуса будут обоснованы позже, в старших классах.

Боковую поверхность конуса нашел знаменитый древнегреческий математик и физик Архимед (287—212 до н. э.).

То, что объем конуса равен трети объема цилиндра с такой же площадью основания и высотой, установил древнегреческий математик и астроном Евдокс Книдский (408—365 до н. э.).

Убедиться в верности формулы $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$ можно, пересыпая песок из пустотелого конуса в цилиндр с такими же основанием и высотой.

## 7.5. ШАР

Каждый из вас видел глобус, мяч, шарик подшипника. Похожую на них форму имеют некоторые плоды, например яблоко, вишня, арбуз, горошина. Все они имеют форму *шара*.

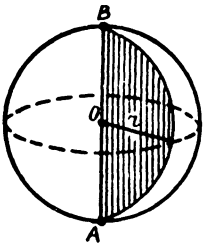



Рис. 65

Форму, близкую к шаровой, имеют Земля, Луна и другие планеты. Древнегреческий математик Пифагор (около 580—500 до н. э.) считал шар наиболее совершенным из всех геометрических тел. А поскольку, как утверждал Пифагор, все в природе должно быть гармоничным, совершенным, то Земля должна иметь форму шара. Позже выяснилось, что он был прав.

Наглядное представление о шаре можно получить, вращая полукруг вокруг его диаметра (рис. 65). Отрезок, соединяющий две точки поверхности шара и проходящий через его центр, называется *диаметром* шара.

В сечении шара любой плоскостью образуется круг. Если секущая плоскость проходит через центр шара, то в сечении образуется круг, радиус которого равен радиусу шара. Такой круг называется *большим кругом.* Окружностями больших кругов на глобусе, например, являются экватор и меридианы.

Боковые поверхности конуса и цилиндра — кривые поверхности, но их можно, «разгибая», превратить в плоские, то есть положить на стол (плоскость), развернуть (рис. 61, 63, 64). Поверхность шара никаким «разгибанием» нельзя сделать плоской. Обернуть шар бумагой нельзя. Поэтому формулу для вычисления площади поверхности шара нельзя найти, пользуясь разверткой. Эта формула, как и формула объема шара, будет выведена в 11 классе, а пока что мы воспользуемся готовым результатом.

*Площадь поверхности шара равна учетверенной площади большого круга:*

$$S_{\text{шара}} = 4S_{\text{круга}} = 4\pi r^2,$$

где $r$ — радиус шара.

Объем шара вычисляется по формуле:

$$V_{\text{ш.}} = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

**Вопросы для самопроверки и повторения**

1. Что называется окружностью?
2. Что называется кругом?
3. Что называется диаметром?
4. Что называется радиусом?
5. Что называется хордой?
6. Какое отличие между окружностью и кругом?
7. Запишите формулу, с помощью которой вычисляется длина окружности.
8. Запишите формулу, с помощью которой вычисляется площадь круга.
9. Что обозначает число π?
10. Во сколько раз длина окружности больше диаметра?
11. Что называется сегментом?
12. Можно ли круг преобразовать в равновеликую прямолинейную фигуру (прямоугольник, квадрат, треугольник)?
13. Назовите несколько предметов, имеющих форму цилиндра.
14. Объясните, как образовать цилиндр при вращении прямоугольника.
15. Какой фигурой можно заменить боковую поверхность цилиндра?
16. Начертите развертку цилиндра.
17. Запишите формулу, с помощью которой вычисляется площадь поверхности цилиндра.
18. Запишите формулу, с помощью которой вычисляется объем цилиндра.
19. Почему объем цилиндра вычисляется аналогично вычислению объема призмы?
20. Назовите несколько предметов, имеющих форму конуса.
21. Как образуется конус при вращении прямоугольного треугольника?
22. Что называется образующей конуса?
23. Какой фигурой можно заменить боковую поверхность конуса?

**24.** Начертите развертку конуса.

**25.** Запишите формулу, с помощью которой вычисляется площадь поверхности конуса.

**26.** Почему площадь боковой поверхности конуса вычисляется аналогично вычислению площади треугольника?

**27.** Запишите формулу, с помощью которой вычисляется объем конуса.

**28.** Почему объем конуса вычисляется аналогично вычислению объема пирамиды?

**29.** Назовите несколько предметов, имеющих форму шара.

**30.** Объясните, как образуется шар при вращении полукруга.

**31.** Что называется диаметром шара?

**32.** Что называется радиусом шара?

**33.** Можно ли поверхность шара преобразовать в прямолинейную плоскую фигуру?

**34.** Можно ли начертить развертку шара? Почему?

**35.** Запишите формулу, по которой вычисляется площадь поверхности шара.

**36.** Запишите формулу, по которой вычисляется объем шара.

**37.** Сравните форму конуса с формой пирамиды. Что общего имеют эти тела? Чем отличаются?

**38.** Сравните форму конуса с формой цилиндра. Что общего имеют эти тела? Чем отличаются?

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 7.1

**558.** Начертите какую-нибудь окружность. Измерьте ее радиус и диаметр.

**559.** Найдите диаметр окружности, если ее радиус 5 см; 4,8 см; 7,1 дм.

**560.** Найдите радиус окружности, если ее диаметр 4,8 см; 7,1 дм; 5 см.

**561.** Начертите окружность радиусом 2,6 см. Обозначьте центр окружности и проведите два диаметра.

**562.** Начертите окружность. Назовите точки, принадлежащие: окружности, кругу, не принадлежащие кругу.

**563.** Начертите окружность, радиус которой 34 мм. Проведите под прямым углом два диаметра. Найдите длину наибольшей хорды.

**564.** Наибольшее и наименьшее расстояния от точки, лежащей внутри круга, до окружности равны соответственно 12 и 4 см. Найдите длину радиуса окружности.

**565.** Наибольшее и наименьшее расстояния от точки, лежащей вне круга, до окружности равны соответственно 18 и 8 см. Найдите длину радиуса окружности.

**566.** Наибольшее расстояние от данной точки $M$ до окружности равно 40 см, а наименьшее — 26 см. Найдите длину радиуса окружности. Рассмотрите возможные случаи.

**567.** Начертите окружность, радиус которой 29 см. Проведите несколько хорд, проходящих через одну точку окружности. Сравните длины хорд. Какая из хорд наибольшая?

**568.** Найдите длину окружности, радиус которой равен 24 см, 3,7 дм, 8,5 м.

**569.** Длина диаметра земного экватора равна 12 756 км. Найдите длину экватора при $\pi = 3{,}14$. Ответ округлите до единиц.

**570.** Найдите диаметр окружности, если длина ее 40,2 см.

**571.** Найдите радиус окружности, если длина ее равна 56,52 м.

**572.** Человек на ровном месте видит вокруг себя на расстоянии 3 км. Какова длина окружности горизонта, который видит человек?

**573.** Какой путь пройдет за сутки конец минутной стрелки, длина которой 15 мм?

**574.** Груз поднимают с помощью блока. На сколько поднимается груз за 8 оборотов блока, если его диаметр равен 210 мм?

**575.** Диаметр вала колодца 32 см, глубина колодца 6,5 м. Сколько раз нужно повернуть ручку вала, чтобы вытянуть ведро воды?

**576*.** Земной шар плотно обтянули по экватору проволокой. Потом длину проволоки увеличили на 1 м, вследствие чего между поверхностью земного шара и проволокой образовался зазор — щель. Смогла бы пролезть через эту щель мышь? Подумайте и сделайте соответствующий вывод из такого доказательства: $C=2\pi r$, $C_1=2\pi r_1$. То есть

$$C_1-C=2\pi r_1-2\pi r=2\pi(r_1-r),$$
$$2\pi(r_1-r)=1,$$
$$r_1-r=\frac{1}{2\pi}\approx 0{,}16\text{ (м)}=16\text{ см, то есть } r_1-r=16\text{ см.}$$

Зависит ли величина щели от радиуса шара?

**577.** Длина окружности равна 157 см. На сколько увеличится диаметр окружности, если длину окружности увеличить на 1 м?

**578.** Диаметр окружности увеличили на 1 см. На сколько увеличится длина окружности?

**579.** Отец купил рубашку, но оказалось, что ее воротник очень плотно прилегает к шее. На сколько номеров большую нужно взять рубашку по размеру воротника, чтобы воротник отставал от шеи на 3 мм, если длина воротника рубашки каждого следующего номера больше предыдущего на 1 см?

**580.** За сколько времени можно облететь на самолете вокруг Земли вдоль экватора, двигаясь со скоростью 500 км/ч? Радиус экватора приблизительно равен 6000 км.

### К пункту 7.2

**581.** Вычислите площадь круга, радиус которого равен 5 см.

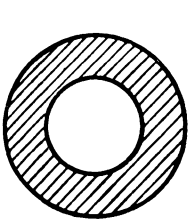


Рис. 66

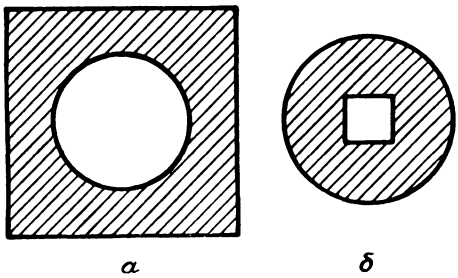



Рис. 67

**582.** Начертите несколько окружностей разных радиусов. Вычислите площадь круга каждой из этих окружностей.

**583.** Вычислите площадь дна ведра, бочки.

**584.** Внешний диаметр трубы 4 см, толщина стенок 2 мм. Вычислите площадь кольца сечения трубы.

**585.** Измерьте длину радиуса и вычислите площадь заштрихованной фигуры (рис. 66).

**586.** Выполните измерения и вычислите площадь каждой заштрихованной фигуры на рисунке 67.

**587.** Сторона $AB$ прямоугольника равна 10 см. Рассмотрите, как построены окружности в прямоугольнике (рис. 68). Найдите площадь и периметр прямоугольника. На сколько площадь прямоугольника больше площади кругов?

**588.** Окружность арены цирка имеет длину 40,8 м. Найдите площадь арены.

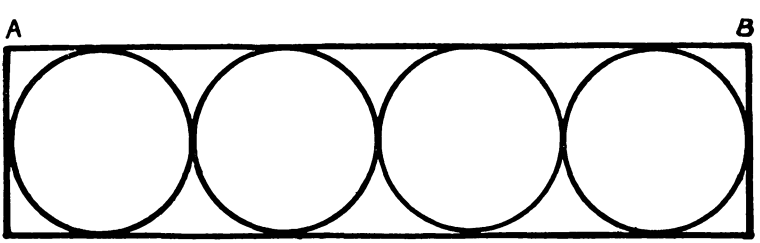



Рис. 68

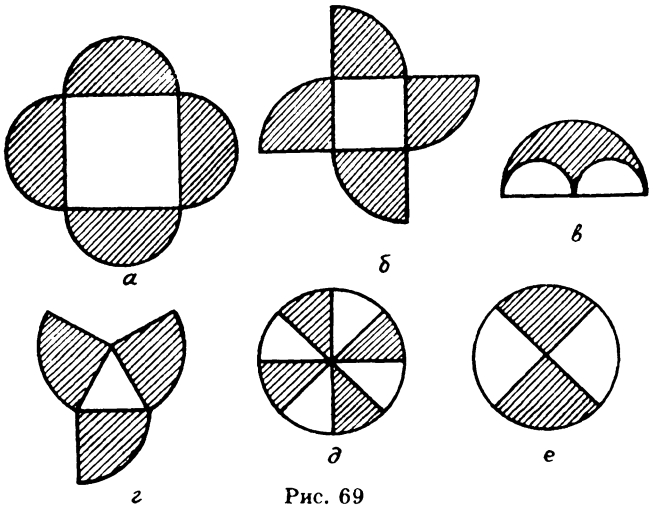



Рис. 69

**589.** Измерьте обхват круглого столба (длину окружности) и вычислите площадь поперечного сечения его.

**590.** Найдите площадь заштрихованной части каждой из фигур на рисунке 69, выполнив сначала нужные измерения. Сравните площадь заштрихованной части фигуры с площадью незаштрихованной части.

**591.** Начертите две такие окружности, чтобы радиус одной был вдвое больше радиуса другой. Определите, во сколько раз длина одной окружности больше длины другой. Во сколько раз площадь одного круга больше площади другого?

**592.** Вычислите площадь круга, если длина окружности его равна 12,56 см.

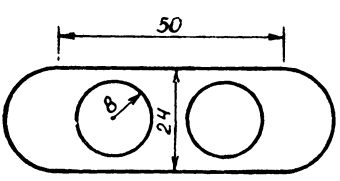



Рис. 70

**593.** Вычислите площадь прокладки, изображенной на рисунке 70 (размеры даны в миллиметрах).

**594.** Из листа квадратной формы со стороной 0,6 м нужно вырезать круг наибольшего размера. Чему

равна площадь этого круга? Найдите, сколько процентов составляли отходы при вырезании круга из квадрата.

**595***. Две водопроводные трубы диаметром по 10 см каждая нужно заменить одной трубой такой же пропускной способности. Определите диаметр этой трубы.

**596***. Медную проволоку диаметром 0,6 см вытянули так, что площадь поперечного сечения стала в 4 раза меньше. Какой теперь диаметр проволоки?

## К пункту 7.3

**597**. Сделайте развертку цилиндра, диаметр которого 12 см, а высота 10 см. Вычислите площадь боковой поверхности цилиндра, площадь его основания, полную поверхность цилиндра и его объем.

**598**. Можно ли из развертки цилиндра, изображенной на рисунке 71, сделать цилиндр? Чему равны площадь боковой поверхности цилиндра, площадь его основания, площадь полной поверхности, объем цилиндра? Запишите формулы для решения задачи.

**599**. Сделайте развертку цилиндра, радиус основания которого 6 см, а высота 12 см. Склейте из этой развертки цилиндр. Вычислите площадь полной поверхности цилиндра и его объем.

**600**. Возьмите цилиндрическую коробку. Определите ее боковую поверхность, измерив диаметр дна и высоту. Проверьте ответ, обернув боковую поверхность прямоугольным листом бумаги и измерив площадь полученного прямоугольника.

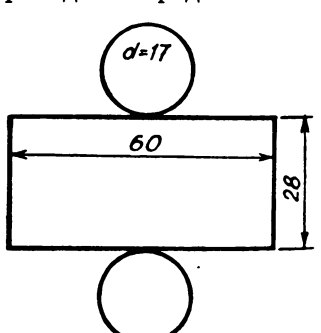


Рис. 71

**601**. Вычислите полную поверхность и объем цилиндра, радиус основания которого равен 5 см, а высота 14 см.

**602**. Каких размеров прямоугольный лист может

обернуть боковую поверхность цилиндра, радиус основания которого равен 7 см, а высота — диаметру основания?

**603.** Сколько нужно истратить жести для изготовления цилиндрической коробки, высота которой 8 см, а диаметр 10 см? Вычислите объем этого цилиндра.

### К пункту 7.4

**604.** Вычислите площадь полной поверхности конуса, если: а) образующая конуса 1,6 дм и радиус основания 6 см; б) образующая конуса 15 см и диаметр основания 1,4 дм.

**605.** Вычислите объем конуса, если: а) радиус основания 2 дм и высота 2,5 дм; б) диаметр основания 3 дм и высота 32 см.

**606.** Прямоугольный треугольник, катеты которого 5 см и 12 см, вращается вокруг большего из катетов. Вычислите объем конуса.

**607.** Прямоугольный треугольник, гипотенуза и один из катетов которого соответственно равны 1,6 дм и 2 дм, вращается вокруг данного катета. Вычислите полную поверхность конуса.

**608.** Вычислите объем вырытой в земле ямы конической формы глубиной 2 м, длина окружности которой 9,42 м.

**609.** На строительство привезли щебень и ссыпали его в кучу конической формы. Найдите массу щебня, если высота конуса равна 1,5 м, длина окружности основания — 16,3 м, а масса 1 $м^3$ щебня 1,6 т. Запишите числовую формулу решения задачи. Вычисления выполните с помощью калькулятора.

### К пункту 7.5

**610.** Вычислите площадь поверхности и объем шара, радиус которого равен: а) 0,4 м; б) 7,5 м.

**611.** Вычислите площадь поверхности и объем шара, диаметр которого равен: а) 4 см; б) 4,5 см; в) 2,5 дм.

**612*.** Рабочий выточил из одного материала два шара диаметрами 2 см и 6 см. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

**613.** Сколько нужно квадратных дециметров кожи, чтобы сделать покрышку для футбольного мяча диаметром 2,5 дм (на швы и обрезки прибавить 5 % материала)?

**614*.** Продаются два арбуза шаровидной формы: один — в полтора раза шире второго и вдвое дороже. Какой арбуз выгоднее купить?

**615*.** Считая, что Земля имеет форму шара с радиусом 6400 км, вычислите:

а) площадь поверхности Земли;

б) площадь суши, если она составляет около 30 % всей поверхности Земли;

в) длину земного экватора;

г) время, за которое можно объехать вокруг Земли по экватору со скоростью автомобиля 70 км/ч.

**616.** Определите объем шара, если длина его большого круга 62,8 см. Запишите числовую формулу решения задачи.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 9

### I вариант

**1°.** Вычислите площадь круга, диаметр которого равен 8,4 см.

**2°.** Вычислите площадь поверхности и объем цилиндра, диаметр основания которого 6 см и высота 8,4 см.

**3°.** Вычислите площадь поверхности и объем шара, диаметр которого равен 0,2 м.

**4°.** Выполните соответствующие измерения, вычислите поверхность и объем данного цилиндра.

**5.** Измерьте обхват (длину окружности) данной круглой детали и вычислите площадь ее поперечного сечения.

**6.** Вычислите полную поверхность и объем цилиндра, радиус основания которого 6 см и высота 4,5 см.

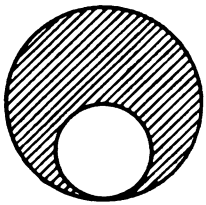


Рис. 72

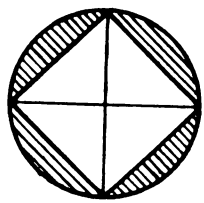


Рис. 73

7. Выполните соответствующие измерения и вычислите объем и поверхность данного шарика.

8. Вычислите площадь заштрихованной части круга на рисунке 72, если $R = 4$ см.

II вариант

1°. Вычислите площадь круга, диаметр которого равен 4,3 см.

2°. Вычислите площадь полной поверхности и объем конуса, радиус основания которого 0,8 дм, высота 0,6 дм и образующая 10 см.

3°. Вычислите площадь поверхности и объем шара, радиус которого равен 0,3 м.

4°. Выполните нужные измерения и вычислите поверхность и объем данного цилиндра.

5. Измерьте обхват (длину окружности) данной круглой детали и вычислите площадь ее поперечного сечения.

6. Вычислите площадь полной поверхности и объем конуса, диаметр которого 1 дм, высота 1,2 дм и образующая 1,3 м.

7. Выполните соответствующие измерения и вычислите объем и поверхность данного шарика.

8. Вычислите площадь заштрихованной части круга на рисунке 73, если $R = 2$ см.

# РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

## 8. НАПРАВЛЕНИЯ И ЧИСЛА

### 8.1. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

**Задача 1.** Термометр показывает 4°. Замерзла ли вода?

Ответить на поставленный вопрос нельзя, поскольку неизвестно, показывает термометр 4° тепла или 4° холода (рис. 74).

Чтобы было понятно, о чем идет речь, говорят так: 4° выше нуля или 4° ниже нуля. Слова: «тепло», «холод», «выше нуля», «ниже нуля» — прибавляют потому, что температура от нуля может меняться в противоположных направлениях. Она может повышаться — ртуть в термометре движется от нуля вверх, и снижаться — ртуть движется от нуля вниз.

Но когда передают прогноз погоды, то говорят коротко, например: «В Сумах было минус 4°, в Киеве — минус 3°, в Одессе плюс 1°, во Львове 0°, в Ужгороде плюс 5°». Вместо слов «выше нуля» или «ниже нуля» к числу градусов присоединяют знак «плюс» или «минус».

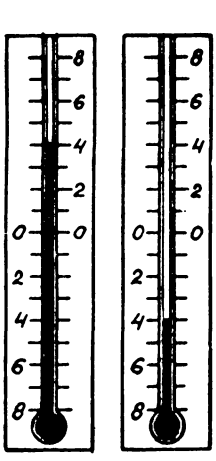


Рис. 74

Названную температуру можно записать так:

Сумы: $-4°$, Киев: $-3°$, Одесса: $+1°$, Львов: $0°$, Ужгород: $+5°$.

Но, как правило, если термометр показывает тепло, то знак плюс опускают и вместо $+12°$ пишут просто $12°$.

Таким образом, для обозначения температуры выше нуля употребляют числа, которые называются *положительными* числами. Для обозначения температур ниже нуля употребляют новые числа, которые называются *отрицательными* числами. Число нуль не принадлежит ни к положительным, ни к отрицательным числам, перед ним можно поставить и знак плюс, и знак минус. Нуль обычно употребляют без знака.

Отрицательные числа применяются не только для измерения температуры. Например, когда говорят об имуществе и долге, прибыли и убытке, будущем и прошедшем времени, поступлении в кассу и выдаче из нее, высоте предмета над уровнем моря и другое, употребляют положительные и отрицательные числа.

**Задача 2.** На дно реки поставили жердь, длина которой $h = 32$ дм (рис. 75). Уровень воды в реке меняется. В первый день уровень воды $x = 3$ м, во второй день $x = 32$ дм, в третий день $x = 34$ дм. Найдите расстояние верхнего конца жерди от уровня воды.

Р е ш е н и е. Искомое расстояние в метрах равно: $(h - x)$ м. В первом случае (рис. 75, *а*) искомое расстояние

$$h - x = 32 - 30 = 2 \text{ (дм)}.$$

Во втором случае (рис. 75, *б*) искомое расстояние

$$h - x = 32 - 32 = 0 \text{ (дм)}.$$

В третьем случае (рис. 75, *в*) искомое расстояние

$$h - x = 32 - 34.$$

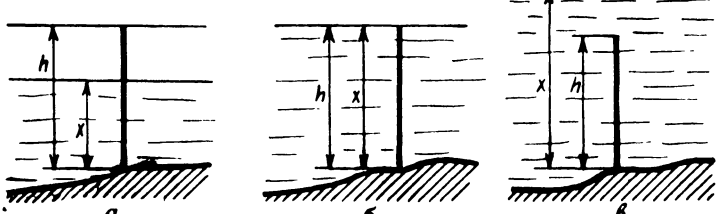



Рис. 75

**Мы видим, что это расстояние существует, но пока что не понятно, что оно обозначает и как его записать.**

Очевидно, что и в первом случае расстояние верхнего конца жерди от уровня воды равно 2 дм, и в третьем случае это расстояние такое же, только конец жерди находится на 2 дм ниже уровня воды. Остается договориться, что запись «выше уровня воды на 2 дм» записывается со знаком «+», то есть +2 дм, а запись «ниже уровня воды на 2 дм» записывается со знаком «—», то есть —2 дм.

## 8.2. КООРДИНАТНАЯ ПРЯМАЯ

**Задача.** Проведите прямую слева направо и отметьте на ней точку $O$. Отметьте на той же прямой точки $A$, $B$, $C$, $D$ и $K$, если известно, что:

а) $A$ лежит правее $O$ на 3 клетки;
б) $B$ лежит левее $O$ на 3 клетки;
в) $C$ лежит правее $O$ на 4,5 клетки;
г) $D$ лежит правее $O$ на 1,5 клетки;
д) $K$ лежит левее $O$ на 5 клеток.

Вместо слов «левее» и «правее» пользуются знаками «+» и «—», пишут с одной стороны от точки $O$ числа 1, 2, 3, ..., а с другой — те же числа со знаком минус: —1, —2, —3, ... (рис. 76). Читают — «минус один», «минус два», «минус три» и т. д. Обычно считают направление вправо от точки $O$ положительным, а влево — отрицательным. Положительное направление на прямой показывает стрелка.

Число, показывающее положение точки на прямой, называется *координатой* этой *точки*.

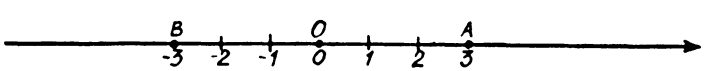



Рис. 76

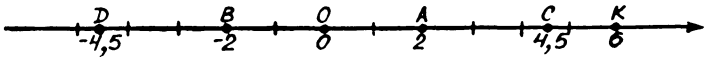



Рис. 77

Точка $A$ на рисунке 77 имеет координату $+2$; точка $B$ — координату $-2$; точка $C$ — координату 4,5; точка $D$ — координату $-4{,}5$; точка $K$ — координату 6. Пишут: $A(2)$; $B(-2)$; $C(4{,}5)$; $D(-4{,}5)$; $K(6)$.

Прямая, на которой отмечено начало отсчета, задан единичный отрезок, показано положительное направление, называется *координатной прямой*.

Точки $A$ и $B$ (рис. 77) с координатами 2 и $-2$ одинаково удалены от точки $O$ и лежат по разные стороны от нее в противоположных направлениях. Такие числа, как 2 и $-2$; 4,5 и $-4{,}5$ называют *противоположными*.

Очевидно, что нуль не имеет противоположного числа или говорят, что он противоположен сам себе.

Натуральные числа, противоположные им числа и число нуль называют *целыми числами*.

Числа положительные (целые и дробные), отрицательные (целые и дробные) и нуль называются *рациональными числами*.

## 8.3. МОДУЛЬ ЧИСЛА

**Задача 1.** Из пункта $O$ выехали в противоположных направлениях два автомобиля (рис. 78). Первый прошел 40 км вправо от пункта $O$, второй — 50 км влево. Какой из них прошел большее расстояние?

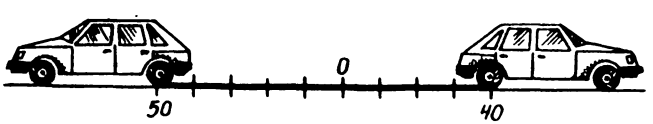



Рис. 78

**Решение.** Сравнивая расстояния, пройденные двумя автомобилями, мы интересуемся лишь величиной пройденного пути, независимо от направления, в котором этот путь пройден. А пройденный путь всегда измеряется положительным (или арифметическим) числом. Таким образом, вместо числа $-50$ мы берем противоположное ему число $+50$, которое и выражает расстояние, пройденное вторым автомобилем. В этом случае говорят, что число 50 является модулем числа $-50$. Для обозначения модуля употребляют две вертикальные черты.

Итак, модуль числа $-50$ равен 50. Записывают так: $|-50|=50$.

**Задача 2.** Обозначьте на координатной прямой точки: $A(-3)$; $B(+3)$; $C(+5)$; $D(-5)$; $K(-6)$; $E(8)$. Найдите расстояние каждой точки от начала отсчета.

Расстояние от начала отсчета до точки, изображающей число, называется *модулем* числа.

Отсюда следует, что: *модулем положительного числа и числа нуль есть то же число. Модулем отрицательного числа является противоположное ему число.*

Например, $|-9|=9$; $|-12{,}6|=12{,}6$; $|-0{,}7|=0{,}7$.

С помощью букв модуль числа можно записать так:

$$|a|=\begin{cases} a, \text{ если } a \text{ — положительное или равно нулю;} \\ -a, \text{ если } a \text{ — отрицательное.} \end{cases}$$

## 8.4. ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ

**Задача 1.** Отметьте на координатной прямой точки $A(3)$, $B(-3)$, $C(5)$, $D(-5)$, $M(4{,}5)$ и $K(-4{,}5)$. Найдите расстояние каждой точки от начала отсчета.

**Задача 2.** Отметьте на координатной прямой числа, модуль которых равен: 2,5; 4; 2; 0.

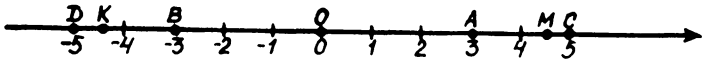



Рис. 79

Проследив ход решения этих задач и учитывая размещение точек на координатной прямой (рис. 79—80), сформулируем такое определение: любые две точки $A$ и $B$ называются симметричными относительно точки $O$, если точка $O$ — середина отрезка $AB$.

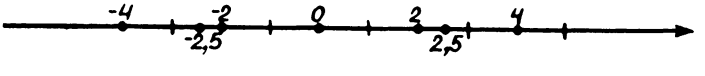



Рис. 80

**Задача 3.** На рисунке 80 найдите точки, симметричные относительно точки $O$.

**Задача 4.** На рисунке 81 найдите точки, симметричные относительно точки $O$.

Изобразим фигуру Ф (отрезок $AD$) и точку $O$ (рис. 82), а затем для каждой точки фигуры Ф возьмем точку, симметричную ей относительно $O$. Получим новую фигуру $\Phi_1$ (отрезок $BC$), симметричную фигуре Ф (отрезку $AD$) относительно точки $O$. Точку $O$ называют *центром симметрии*.

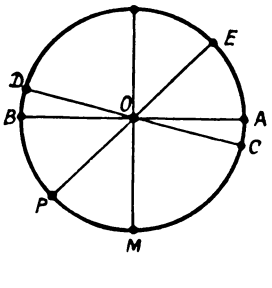



Рис. 81

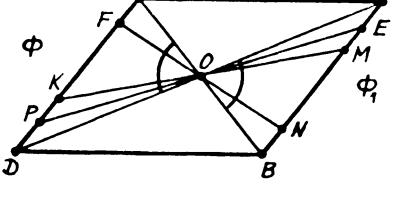



Рис. 82

Так же можно построить любые две другие симметричные фигуры относительно точки $O$: $\triangle ADD'$ симметричный $\triangle BCC'$ относительно точки $O$ (рис. 83), $\triangle ADO$ симметричный $\triangle CBO$ относительно точки $O$ (рис. 84).

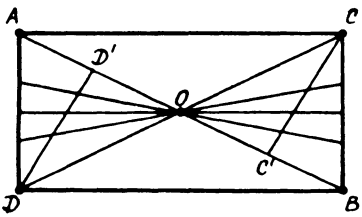



Рис. 83

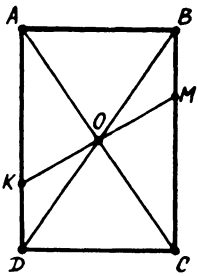


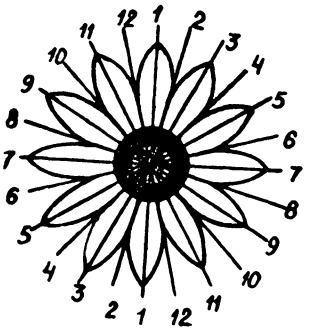

Рис. 84

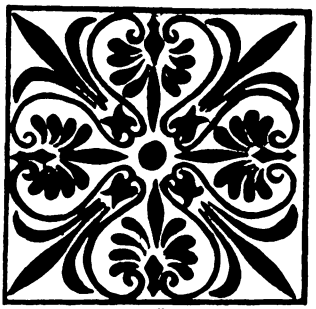
Параллелограмм $ABCD$ симметричен сам себе относительно точки $O$ (пересечения диагоналей) (рис. 82). Углы $AOD$ и $BOC$ симметричны относительно их общей вершины $O$ (рис. 84). Окружность также симметрична сама себе относительно центра $O$ (рис. 81).

Фигуру, имеющую центр симметрии, называют *центрально симметричной. Любые две фигуры, симметричные относительно центра, равны между собой.*

Симметрия не только геометрическое понятие. Вы знаете, что многие предметы, окружающие нас, симметричны. Так, симметричны цветы многих растений, орнаменты, снежинки, элементы ветряной мельницы, некоторые части машин (шестерни, пропеллеры, колеса и др.) (рис. 85,86).

В украинских вышивках видим четкий геометрический орнамент с многоцветной гаммой, четко выраженной симметрией относительно определенной точки, умелое сочетание геометрических фигур «в цветок», забор из треугольников, использование симметричных углов.



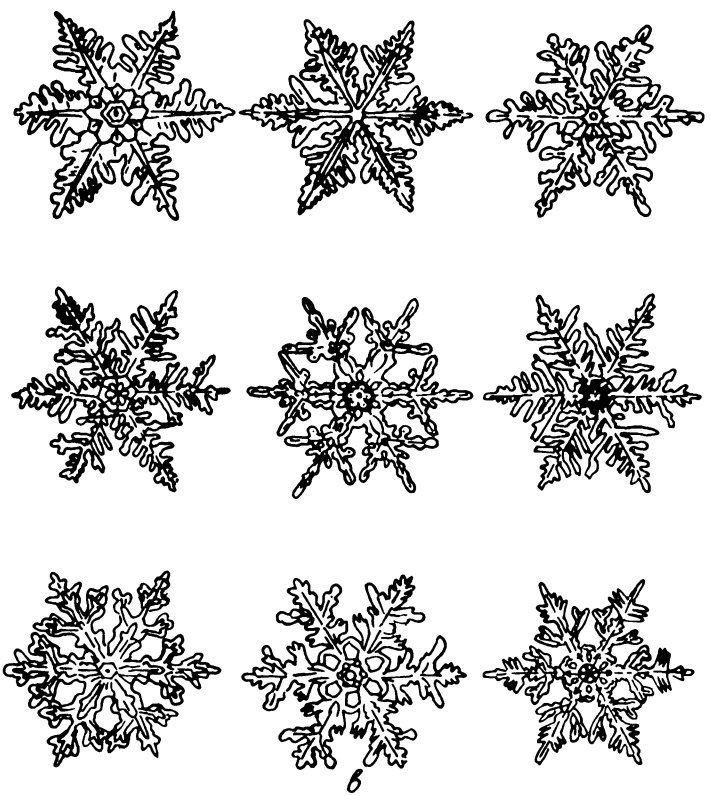




Рис. 85

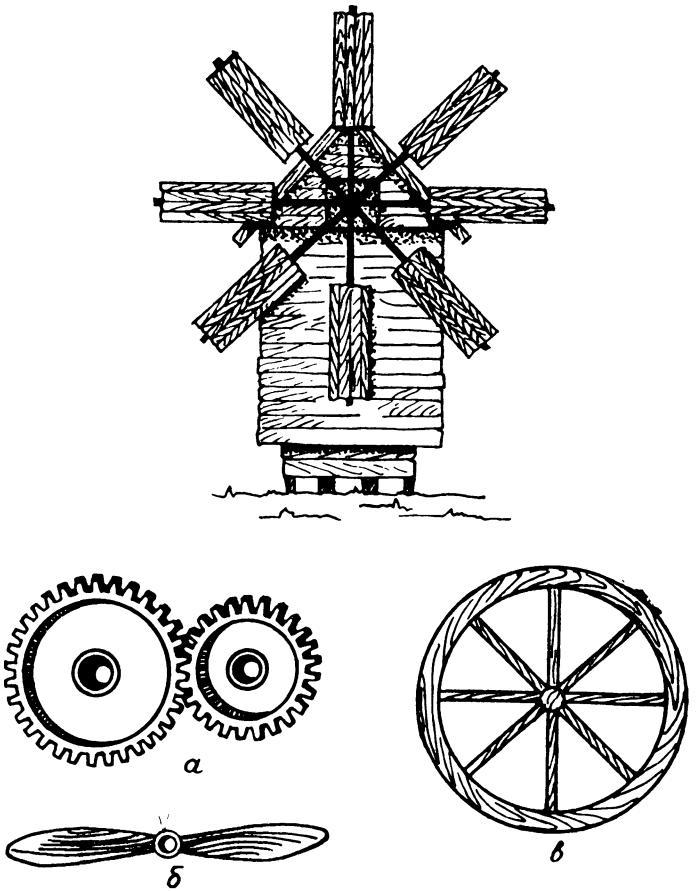



Рис. 86

## 8.5. СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ

Мы умеем сравнивать положительные числа $5 > 3$, $10 > 6$ и др. Число 0 меньше любого положительного числа. А как сравнить отрицательные числа?

Как вы думаете, что больше: $-20°$ или $-5°$? Надя считает, что $-20° > -5°$, потому что $20°$ мороза больше, чем $5°$ мороза. Коля считает, что $-5° > -20°$,

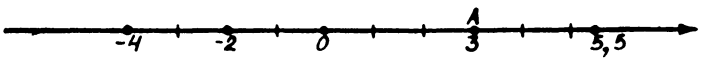



Рис. 87

потому что при температуре $-5°$ теплее, чем при температуре $-20°$.

**Задача 1.** Вчера термометр показывал в комнате 18 °С, а сегодня 21 °С. Что можно сказать о температуре в комнате? Какое число больше? Отметьте эти числа на координатной прямой.

**Задача 2.** Вчера термометр показывал на улице $-18$ °С, а сегодня $-21$ °С. Потеплело сегодня или стало холоднее? Какое число больше: $-18$ °С или $-21$ °С? Отметьте эти числа на координатной прямой.

**Задача 3.** Рассмотрите рисунок 87. Какое из двух положительных чисел больше? Какое из двух отрицательных чисел больше?

*Из двух чисел меньшим считают то, изображение которого находится левее на координатной прямой, и большим то, изображение которого находится правее.*

Например, $-2{,}5 < -0{,}5$, поскольку $A(-2{,}5)$ находится левее $B(-0{,}5)$; $4 > -5{,}5$, потому что $C(4)$ находится правее $D(-5{,}5)$.

Любое положительное число больше нуля, а любое отрицательное число меньше нуля. Поэтому *любое отрицательное число меньше любого положительного. Из двух отрицательных чисел меньше то, модуль которого больше.*

## 8.6. ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

Решение многих практических задач сводится к нахождению точки на плоскости. Например, если мы скажем, что расстояние электророзетки от боковой стены 1,5 м, а от пола 1 м, то легко найдем электророзетку на стене (рис. 88).

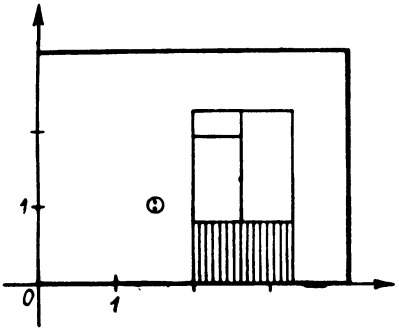



Рис. 88

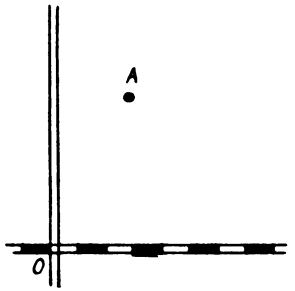



Рис. 89

**Задача 1.** Найдите расстояние от элеватора, обозначенного на плане точкой $A$, до железной дороги и шоссе (рис. 89, масштаб 1 : 10 000).

**Задача 2.** На поле c4 шахматной доски (рис. 90) находится конь. Найдите поля, на которых может очутиться конь после первого хода. Определите все возможные ходы коня.

**Задача 3.** На рисунке 91 схематически изображен план города. Улицы делят его на части, называющиеся

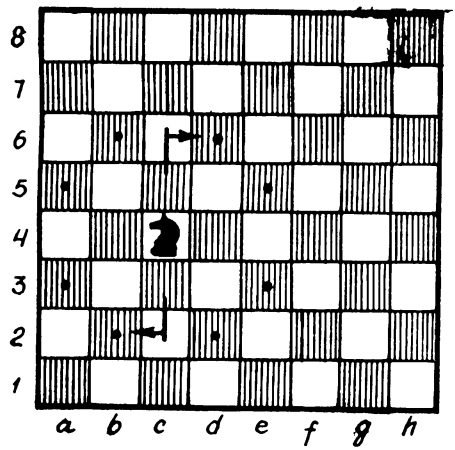



Рис. 90

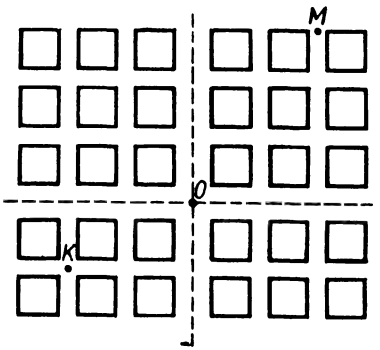



Рис. 91

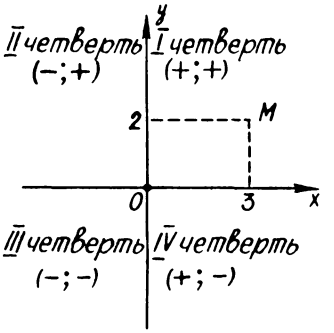



Рис. 92

кварталами. Как пройти из точки $O$ в точку $M$? Как пройти из точки $O$ в точку $K$?

Всезнайка сказал: «Чтобы попасть из точки $O$ в точку $M$, нужно пройти два квартала вправо, а затем 3 квартала вверх. Положение точки $M$ задается числами 2; 3. Чтобы попасть из точки $O$ в точку $K$, нужно пройти два квартала влево, а затем 1 квартал вниз. Поскольку направления движения в этом случае противоположны тем, которые были раньше, то положение точки $K$ задается отрицательными числами $-2$; $-1$».

А как вы думаете? Мог ли Всезнайка так утверждать?

**Задача 4.** Постройте на плоскости две взаимно перпендикулярные прямые $Ox$ и $Oy$, пересекающиеся в точке $O$. Для определения положения некоторой точки на плоскости, разделите ее на квадраты со стороной 1. На этой плоскости постройте точку $M$, находящуюся от прямой $Oy$ на расстоянии 3 единицы вправо, а от прямой $Ox$ — на 2 единицы вверх (рис. 92).

Числа 3 и 2, обозначающие положение точки $M$ на плоскости, называются ее *координатами*. Число 3 называется *абсциссой* точки $M$, а число 2 — *ординатой* точки $M$. Записывают $M(3; 2)$. *Абсциссу точки всегда пишут на первом месте, а ординату — на втором.* Перпендикулярные прямые, с помощью которых определяют

положение точки $M$ на плоскости, называют *координатными прямыми* или *осями координат*.

**Задача 5.** Постройте координатные прямые $Ox$ и $Oy$, обозначьте точки: $K\,(4;\,2)$ и $E\,(2;\,4)$. Как вы думаете, это одна и та же точка или разные точки?

Взаимно перпендикулярные прямые $Ox$ и $Oy$ с выбранными на них направлением и единичным отрезком образуют *прямоугольную систему координат*. Плоскость, на которой выбрана система координат, называется *координатной плоскостью*. Оси координат делят плоскость на четыре части, которые называются *координатными четвертями*. Нумерация четвертей и знаки координат по четвертям показаны на рисунке 92.

Применение прямоугольной системы координат на плоскости связано с именем выдающегося французского математика Р. Декарта (1596—1650). Применение системы координат позволило осуществить связь алгебры с геометрией и облегчило решение многих практических задач.

## 8.7. ОСЕВАЯ СИММЕТРИЯ

На рисунке 93 изображены ворота старинной крепости. Возьмем точку $A$ в вершине одной из арок, проведем через нее отрезок $AC$, перпендикулярный прямой $l$, и продлим его на такое же расстояние. Конец $B$ этого отрезка будет на вершине второй арки. Точки $A$ и $B$ называются *симметричными относительно прямой* $l$.

Вообще, две точки $A$ и $B$ называются симметричными относительно прямой $l$, *если эта прямая перпендикулярна отрезку* $AB$ *и проходит через его середину*.

Считают, что точки прямой $l$ симметричны сами себе относительно этой прямой. Если плоскость перегнуть по прямой $l$, то точки, симметричные относительно этой прямой, совпадут друг с другом.

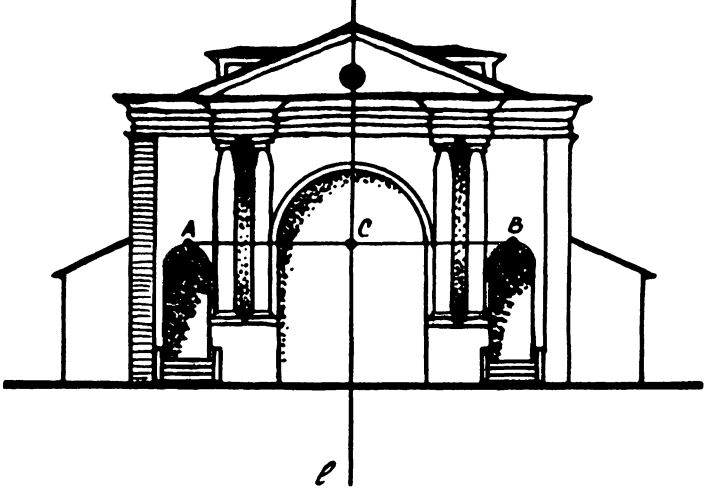



Рис. 93

Рассмотрите рисунок 94. Если перегнуть рисунок по прямой $AB$, то фигуры совпадут всеми своими точками. Такие фигуры называются *симметричными относительно прямой*, а прямая $AB$ называется *осью симметрии*.

Поскольку при наложении симметричные фигуры совпадают друг с другом, то они равны.

**Задача.** Постройте треугольник, симметричный треугольнику $ABC$ относительно прямой $l$.

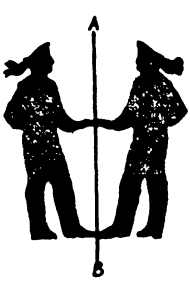



Рис. 94

Приводим решение, выполненное тремя учениками:

Первый ученик. $BB_1 \perp l$, $KB = KB_1$, $AA_1 \perp l$, $PA = PA_1$, $CC_1 \perp l$, $EC = EC_1$ (рис. 95).

Второй ученик. $KB = KB_1$, $PC = PC_1$, $EA = EA_1$ (рис. 96).

Третий ученик. $BB_1 \perp l$, $KB = KB_1$, $CC_1 \perp l$, $PC = PC_1$, $AA_1 \perp l$, $EA = EA_1$ (рис. 97).

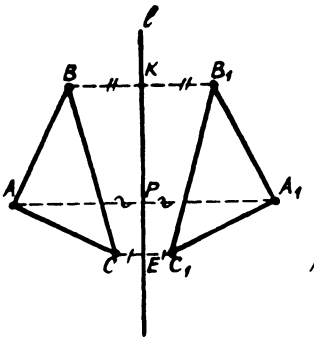



Рис. 95

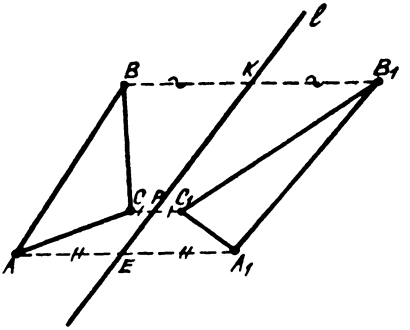



Рис. 96

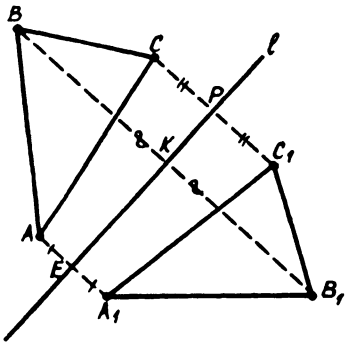



Рис. 97

Сравните эти решения и выясните, все ли они выполнены правильно согласно определению симметричных фигур. Объясните, почему $\triangle ABC$ не симметричен $\triangle A_1B_1C_1$ относительно прямой $l$ на рисунке 96.

**Вопросы для самопроверки и повторения**

1. Какие числа называются положительными?
2. Какие числа называются отрицательными?
3. Где применяют отрицательные числа?
4. Что такое координатная прямая?
5. Что называют координатой точки?
6. Какие числа называют противоположными? Какая между ними зависимость?

**7.** Существует ли число, равное своему противоположному числу?

**8.** Какие числа называют рациональными?

**9.** Какое число не имеет противоположного числа?

**10.** Что называется модулем числа? Чему равен модуль положительного числа, отрицательного числа?

**11.** Как сравнить два числа?

**12.** Какие две точки называются симметричными относительно точки $K$?

**13.** Какую точку называют центром симметрии?

**14.** Назовите фигуры, имеющие центр симметрии.

**15.** Начертите прямоугольник и найдите центр его симметрии.

**16.** Начертите квадрат и найдите центр его симметрии.

**17.** Начертите окружность и найдите центр ее симметрии.

**18.** Какое из двух положительных чисел меньше?

**19.** Какое из двух отрицательных чисел меньше?

**20.** Что такое координаты точки?

**21.** Какие прямые называются координатными?

**22.** Что такое абсцисса и ордината точки?

**23.** Сколькими числами определяется положение точки на координатной плоскости?

**24.** Как разделена координатная плоскость на четверти?

**25.** Какие точки называются симметричными относительно данной прямой?

**26.** Какие фигуры называются симметричными относительно данной прямой?

**27.** Назовите фигуры, имеющие ось симметрии.

**28.** Имеет ли центр симметрии отрезок, прямая, луч?

**29.** Существуют ли фигуры, имеющие несколько осей симметрии?

**30.** Сколько осей симметрии имеет прямоугольник?

**31.** Сколько осей симметрии имеет квадрат?

**32.** Сколько осей симметрии имеет круг?

**33.** Имеет ли ось симметрии параллелограмм?

**34.** Имеет ли ось симметрии трапеция? Если имеет, то какая трапеция?

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 8.1

**617.** Изменение количества зерна на хлебозаводе с 1 по 10 сентября показано в таблице 23. Заполните четвертую графу таблицы и объясните, что обозначает каждое число этой графы.

*Таблица 23*

| Номер кладовой | Количество зерна 1.09, т | Количество зерна 10.09, т | Какое произошло изменение |
|---|---|---|---|
| 1 | 46 | 87 | +41 |
| 2 | 54 | 35 | −19 |
| 3 | 47 | 89 | |
| 4 | 67 | 38 | |
| 5 | 66 | 28 | |
| 6 | 58 | 53 | |
| 7 | 46 | 46 | |
| 8 | 57 | 61 | |
| 9 | 54,6 | 33,7 | |

**618.** Оля вошла в лифт девятиэтажного дома на пятом этаже, проехала 3 этажа и вышла. На каком этаже она вышла? Сколько решений имеет задача?

**619.** После остановки возле столба с отметкой 30, турист пошел со скоростью 5 км/час. Возле столба с какой отметкой он будет через 1 час; 2 часа; 3 часа; 6 часов?

**620.** В авиации относительной высотой $H$ считают высоту от поверхности аэродрома. Определите относительную высоту точки $A$, лежащей на уровне аэродрома; точки $B$, лежащей на 80 м ниже уровня аэродрома,

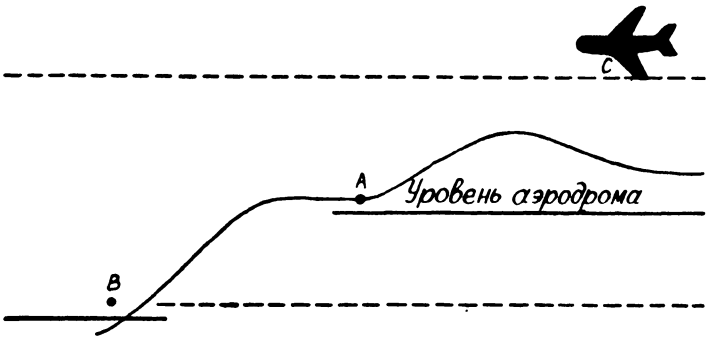



Рис. 98

и точки *C*, находящейся на 300 м выше уровня аэродрома (рис. 98).

**621.** Если прибыль 4000 крб. обозначить +4000, то каким числом следует обозначить долг 4000 крб.?

**622.** Высота горы Ай-Петри на карте обозначена числом +1234 м. Каким числом следует записать наибольшую глубину 6 м озера?

**623.** Заполните таблицу 24.

*Таблица 24*

| Дата | Температура воздуха в 12 ч | Изменение температуры за 8 ч | Температура воздуха в 20 ч |
|---|---|---|---|
| 1.09 | +16° | Снизилась на 4° | 12° |
| 10.09 | +11° | Повысилась на 1° | |
| 20.09 | +8° | Повысилась на 8° | |
| 30.09 | +10° | Снизилась на 6° | |
| 10.10 | +7° | Повысилась на 8° | |
| 20.10 | +10° | Снизилась на 5° | |
| 30.10 | +6,5° | Снизилась на 7° | |
| 10.11 | +5° | Снизилась на 6° | |
| 20.11 | +5° | Снизилась на 8° | |
| 30.11 | 0° | Снизилась на 4° | |

**624.** Заполните таблицу 25 результатов измерения температуры и объясните, что обозначает каждое число четвертой графы.

*Таблица 25*

| Дата | Температура воздуха в 7 ч | Температура воздуха в 15 ч | Изменение температуры воздуха |
|---|---|---|---|
| 10.11 | $+4°$ | $+12°$ | на $+8°$ |
| 20.11 | $0°$ | $-2°$ | на $-2°$ |
| 30.11 | $-1°$ | $+8°$ | |
| 10.12 | $-6°$ | $+4°$ | |
| 20.12 | $-6°$ | $-1°$ | |
| 30.12 | $-14°$ | $-4°$ | |

**625.** Штурвал корабля повернули на $20°$ в направлении против часовой стрелки и обозначили угол поворота $+20°$. Каким числом следует обозначить угол поворота штурвала на $15°$ в направлении по часовой стрелке?

## К пункту 8.2

**626.** Отметьте на прямой точки $A\,(3)$, $B\,(5{,}5)$, $C\,(-1)$, $D\,(-2{,}5)$, $M\,(-3{,}5)$, $K\,(-5)$, $E\,(-0{,}5)$.

**627.** Треугольный флажок размещен в точке с координатой $-3$, прямоугольный — в точке с координатой 4 (рис. 99). Найдите начало отсчета и единичный отрезок.

**628.** Начертите шкалу температуры от $-60$ °С до 60 °С, приняв 1 см за 10 °С. Отметьте на этой шкале точку замерзания ртути ($-39°$), нормальную температуру

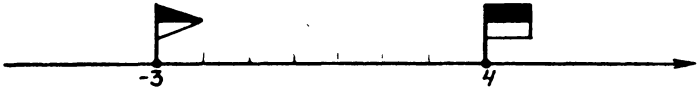



Рис. 99

тела человека ($+36{,}6°$), точку замерзания бензина ($-60°$).

**629.** Отметьте на координатной прямой точку $M(4)$. После перемещения она попала в точку $C(-8)$. На сколько единиц переместилась точка $M$?

**630.** Точка $A$ имеет координату $-3$. Если ее переместить вправо на 7 единиц, она перейдет в точку $B$, а если переместить влево на 4 единицы,— в точку $C$. Найдите координаты точек $B$ и $C$.

**631.** Найдите числа, противоположные числам $-7$; $+5$; $-8$; $-2$; 4; 6.

**632.** Заполните таблицу 26.

*Таблица 26*

| Данное число | 4 | 3 | | $-8$ | | 0,5 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Противоположное число | | | 7 | | $-1$ | | | $-5$ |
| Обратное число | | | | | | | 2 | |

**633.** Выпишите отдельно положительные, отрицательные, целые и дробные числа: $-3$; 0,5; 0,3; 0; $-4{,}5$; $-7$; $+8$; $-0{,}6$; 9; 4; $-0{,}2$; $+1{,}8$; 28; 26,4; $-25{,}8$; 32.

**634.** Запишите все натуральные числа, меньшие 6, и числа, противоположные им.

**635.** Запишите все целые отрицательные числа, большие $-7$, и числа, противоположные им.

**636.** Володя выглянул в окно и увидел, что термометр показывает $3\,°C$. Звать ли Володе товарища на каток? Смогут ли они кататься на коньках завтра, если по прогнозу температура должна понизиться на $4\,°C$?

**637.** Между какими последовательными целыми числами находится число $-3{,}4$?

**638.** Между какими последовательными целыми числами находится число 0?

**639.** Назовите все целые числа, которые находятся между: $-2$ и 5; $-2{,}3$ и $3{,}7$; $-2{,}4$ и $-5{,}6$; $-3{,}4$ и $2{,}4$; $-4{,}3$ и $4{,}3$; $0{,}1$ и $3{,}4$.

**640.** Назовите четыре целых последовательных числа, размещенных после числа $-1{,}2$.

**641.** Отметьте на координатной прямой точку $M(3)$. В какую точку она перейдет, если ее переместить вправо на 4 единицы; влево на 4 единицы? Куда перейдет точка $M$, если переместить ее на 7 единиц; на $-7$ единиц?

**642.** На сколько единиц переместилась точка $K(4)$, если после перемещения она попала в точку $E(-2)$; в точку $D(5)$?

**643.** На сколько единиц переместилась точка $A(-1)$, если после перемещения она попала в точку $B(1)$; в точку $O(0)$?

**644.** Какие из равенств верные:

а) $-(+2)=-2$;
б) $-7=-(+7)$;
в) $-(-4)=4$;
г) $-(-1{,}2)=1{,}2$;
д) $-(-1{,}7)=-1{,}7$;
е) $-(-2{,}7)=2{,}7$?

**645.** Решите уравнение:

а) $-x=35{,}7$;
$-y=-(+4{,}5)$;

б) $-x=-0{,}6$;
$-y=-(+0{,}6)$;

в) $x=-0{,}7$;
$-y=7{,}4$.

**646*.** Какие из следующих утверждений верны:

а) если $x=-y$, то $y=-x$;
б) если $x=-y$ и $y=c$, то $x=c$;
в) каждое число равно своему противоположному числу;
г) существует число, равное само себе.

**647*.** Найдите число $-x$, если:

а) $x$ — положительное число;
б) $x=0$;
в) $x$ — отрицательное число.

## К пункту 8.3

**648.** Отметьте на координатной прямой числа, модуль которых равен: 7; 5; 0; 1; 2,5; 6,5; 3,5.

**649.** Запишите два противоположных числа, имеющих модуль: 14; 8,4; 28.

**650.** Найдите модуль каждого из чисел: 83; $-5{,}3$; $-27{,}9$; $-30{,}5$.

**651.** Какие числа имеют модуль, равный: 7; 5; 45,8; 34,7; 100,5?

**652.** Найдите значение выражения:

а) $(|-8|-|-3|)\cdot 0{,}5$;

б) $(|-8{,}4|-|5{,}6|):\frac{1}{2}$;

в) $(28{,}4+|-3{,}4|)\cdot 4{,}5$;

г) $(|-10{,}8|+|-1{,}8|)\cdot 0{,}25$;

д) $4{,}5\cdot(|-2{,}5|+|-7{,}5|)$;

е) $28:(|-3{,}4|+|-6{,}6|)$.

**653.** Найдите число $x$, если:

а) $|x|=7$; б) $|x|=0{,}4$; в) $|x|=0$;
г) $|x|=-3$; д) $|x|=0{,}25$; е) $|x|=0{,}75$.

**654.** Решите уравнение:

а) $|x|=10{,}5$; б) $|x|=0$; в) $|x-3|=5$;
г) $|x-1|=4$; д) $|x+3|=4$; е) $|x+3|=2$.

**655.** Известно, что $|x|=|y|$. Можно ли сказать, что $x=y$? Почему?

**656.** При каких значениях $x$ выполняются равенства:

а) $|x|=x$; б) $|x|=-x$?

**657.** Дано: $a=-b$. Можно ли утверждать, что $|a|=|b|$?

**658.** Известно, что $|a|>b$. Можно ли сказать, что $a>b$?

**659.** Известно, что $|a|>|b|$. Можно ли сказать, что $a>b$?

**660.** Тарас, разыскивая своего одноклассника, проживающего в девятиэтажном доме, поднялся на лифте

с первого этажа на 8-й, затем спустился на 3-й и снова поднялся на 7-й этаж. Назар же с 8-го спустился на 5 этажей, затем поднялся на 2 и спустился на 3 этажа. После этого вернулся на 8-й этаж. Кто больше проехал на лифте — Тарас или Назар?

**661.** Отметьте на координатной прямой точки, координаты которых равны целым значениям $x$, если:

а) $-8{,}5 < x < 0{,}8$; б) $-4{,}3 < x < 7{,}5$;
в) $|x| < 4{,}3$.

## К пункту 8.4

**662.** Начертите отрезок $MK$ и точку $O$, не принадлежащую этому отрезку. Постройте фигуру, симметричную отрезку $MK$ относительно точки $O$.

**663.** Начертите квадрат $ABCD$ и постройте фигуру, симметричную ему относительно точки $B$. Назовите фигуру, в которую перешел квадрат $ABCD$.

**664.** Начертите окружность, возьмите на ней точку $A$ и постройте окружность, симметричную начерченной относительно точки $A$.

**665.** Какие из фигур на рисунках 100—101 имеют центр симметрии? Какие не имеют центра симметрии? Почему?

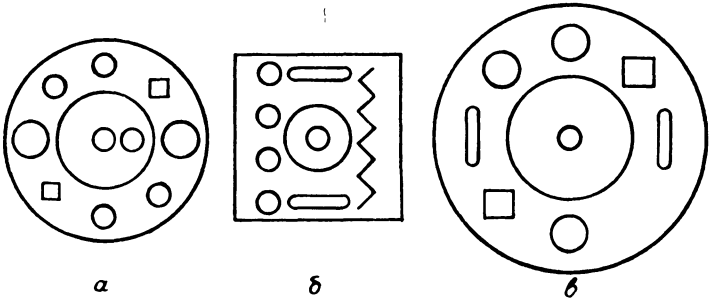



Рис. 100

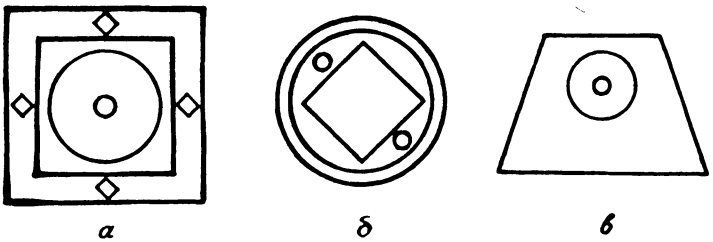



Рис. 101

**666*.** Постройте равносторонний треугольник со стороной 3,6 см. Постройте треугольник, симметричный ему относительно середины одной из сторон. Какую фигуру образуют данный и построенный треугольники? Имеет ли она центр симметрии?

**667*.** Начертите треугольник $MKP$ и обозначьте точку $O$ вне его. Постройте фигуру, симметричную треугольнику $MKP$ относительно точки $O$. Какая фигура образовалась?

**668.** Отметьте на координатной прямой кружочками точки с координатами 2; 3,5; 5; 6. На той же координатной прямой отметьте черточками точки, симметричные данным точкам относительно начала отсчета. Найдите модуль каждого из этих чисел.

**669.** Отметьте на координатной прямой кружочками точки с координатами $-1{,}5$; $-2{,}5$; $-4$; $-5$. На той же координатной прямой отметьте черточками точки, симметричные данным точкам относительно начала отсчета. Найдите модуль каждого из этих чисел.

**670.** Запишите два противоположных числа, имеющих модуль 3,6; 5; 7; 7,5. На координатной прямой найдите точку, являющуюся центром симметрии искомых чисел.

**671.** Решите уравнение:

а) $|x| = 6{,}5$; б) $|x| = 6$; в) $|x| = 8$.

На координатной прямой найдите точку, являющуюся центром симметрии искомых корней уравнений.

**672*.** Отметьте на координатной прямой точки, координаты которых являются решениями неравенств:

а) $|x|<3$; б) $2<|x|<5$; в) $|x|<2{,}5$.

На той же координатной прямой найдите точку, являющуюся центром симметрии искомых решений каждого неравенства.

## К пункту 8.5

**673.** Поставьте нужный знак между числами:

а) 0 и 7, $-5$ и 0; $-4$ и 3; $-9$ и $-8$; $-0{,}5$ и $0{,}5$;

б) $-0{,}5$ и 2; 7 и $-8$; $-3$ и $-1$; $-4$ и $\frac{3}{5}$; $-3$ и $-5$;

в) $|-5|$ и 4; $|-6|$ и $|-7|$; 0,5 и $|-2|$; $|-3|$ и 0,5.

**674.** Соедините точки на рисунке 102 стрелками, чтобы каждая стрелка шла от большего числа к меньшему.

**675.** В Чернигове и Ужгороде измеряли температуру в течение шести дней в марте в 12 ч дня. Результаты приведены в таблице 27. Сравните температуру в Чернигове и Ужгороде в одно и то же время и запишите соответствующие неравенства.

*Таблица 27*

| Число месяца | 1 | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Температура в Чернигове | $-2°$ | $-3°$ | $+1{,}5°$ | $-1{,}5°$ | $4°$ | $6°$ |
| Температура в Ужгороде | $4°$ | $5{,}5°$ | $-1{,}5°$ | $3°$ | $7°$ | $10°$ |

**676.** Какие из неравенств записаны верно:

а) $-10>-7$; $-1{,}5>2$; $|-12|>0$;

б) $21{,}4>14{,}5$; $|-10{,}4|>8$; $14{,}5>21$;

в) $-(-3)<5$; $-0{,}5<-1$; $-7>0$.

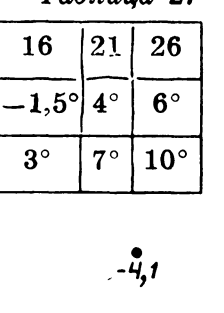



Рис. 102

**677.** Разместите числа в порядке возрастания:

а) $-8$; $-14$; 0,5; 1,1; $-3{,}8$; $-7{,}3$; 4,04; $-4{,}04$; $-4{,}05$;

б) $-100$; $-986$; $-23{,}6$; 46.

**678.** Разместите числа в порядке убывания:

а) 2,5; $+2{,}5$; $-2{,}5$; $-4$; $-3{,}5$; $-8$; $-8{,}4$; $-7{,}5$;

б) $-\frac{3}{5}$; $-\frac{10}{3}$; $-0{,}25$; $-\frac{42}{5}$; $-\frac{41}{3}$; $-0{,}41$; $-0{,}6$; $-\frac{11}{10}$.

**679.** Между какими последовательными целыми числами находится число: $-3{,}7$; 0,25; $-0{,}35$; $-\frac{16}{3}$; $-5\frac{1}{4}$; $-10\frac{1}{6}$?

**680.** Запишите все целые числа, которые находятся между:

а) $-3$ и 4;
б) $-4$ и 4,5;
в) $-12$ и $-1{,}2$;
г) $-100{,}1$ и $-92$.

**681.** Запишите пять целых последовательных чисел, меньших числа $-2$.

**682.** Запишите шесть целых последовательных чисел, меньших числа 4.

**683.** Запишите семь целых последовательных чисел, больших числа $-3$.

**684.** Запишите четыре целых последовательных числа, следующих за числом $-2{,}01$.

**685.** Запишите все четные числа, большие, чем $-19{,}4$ и меньшие, чем 2,1.

**686.** Запишите все целые числа, которые находятся между числами $-137$ и $-169$ и делятся на 3.

**687.** Запишите все целые числа, большие, чем $-204{,}5$ и меньшие, чем 148,1, которые делятся на 9.

**688.** Запишите все целые числа, которые находятся между числами $-138{,}6$ и $-101{,}4$ и делятся на 5.

**689.** Запишите все целые числа, модуль которых меньше 7,5. Отметьте эти числа на координатной прямой.

**690.** Запишите все четные числа, модуль которых меньше 11,8. Отметьте эти числа на координатной прямой.

**691.** На координатной прямой отметьте все целые числа, модуль которых меньше 4,1.

**692.** На координатной прямой отметьте все числа, модуль которых меньше 4,1. Найдите их центр симметрии.

**693.** Где на координатной прямой находятся все точки, изображающие число $x$, если $|x| \leqslant 3$? Найдите их центр симметрии.

**694.** Где на координатной прямой находятся все точки, изображающие число $a$, если $|a| \geqslant 5$?

**695.** Запишите все целые числа, являющиеся решениями неравенств:

а) $-4 < x < 1$; б) $-5{,}1 \leqslant x \leqslant 4{,}3$;
в) $-4{,}1 < x < 4$; г) $-8{,}1 < x < -2{,}7$;
д) $-105{,}8 \leqslant x \leqslant -114{,}7$; е) $|x| < 3$.

**696.** Отметьте на координатной прямой точки $M(x)$, для которых:

а) $|x| = 3$; б) $|x| < 3$; в) $|x| \geqslant 3$;
г) $|x| = 0$; д) $|x - 5| \leqslant 2$.

**697*.** Какая из двух точек размещена правее:

а) $A(x)$ или $B(x+2)$; б) $C(x)$ или $D(x-2)$?

**698*.** Изобразите на координатной прямой точки $A(-5)$ и $B(+3)$. Найдите координату точки $C$ — середины отрезка $AB$. Запишите числа, являющиеся координатами точек $A$, $B$ и $C$, в порядке возрастания.

## К пункту 8.6

**699.** На билете в кино написаны два числа. Объясните их значение.

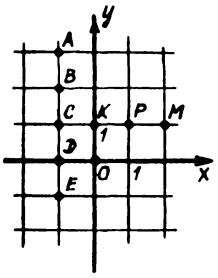


Рис. 103

**700.** Как найти место для укрепления светильника на потолке?

**701.** По рисунку 103 определите координаты всех точек, изображенных на координатной плоскости. Запишите точки с их координатами в тетрадь.

**702.** Постройте координатные прямые $Ox$ и $Oy$ и отметьте точки: $A\,(0;\ 2)$, $B\,(-1;\ 1)$, $C\,(-2;\ 0)$, $D\,(-3;\ -1)$, $E\,(-2;\ -1)$, $M\,(-1;\ -1)$, $K\,(0;\ -1)$, $P\,(1;\ -1)$, $H\,(2;\ -1)$, $T\,(3;\ -1)$, $F\,(2;\ 0)$, $N\,(1;\ 1)$. Назовите фигуру, изображенную этими точками.

**703.** Где размещены точки, имеющие координаты: $(0;\ 0)$, $(0;\ 1)$, $(0;\ 2)$, $(0;\ -1)$, $(0;\ -2)$, $(0;\ -3)$?

**704.** Где находятся точки, имеющие координаты: $(0;\ 0)$, $(1;\ 0)$, $(2;\ 0)$, $(3;\ 0)$, $(-1;\ 0)$, $(-2;\ 0)$, $(-3;\ 0)$?

**705.** Назовите несколько точек, имеющих абсциссу: $0;\ 2;\ -3$.

**706.** Назовите несколько точек, имеющих ординату: $0;\ 3;\ -2;\ -4$.

**707.** Дана точка $A\,(5;\ -2)$. Постройте точку с противоположными координатами. Найдите координаты центра симметрии этих точек.

**708.** В каких точках на координатной плоскости абсцисса равна ординате? Определите их центр симметрии.

**709*.** В каких точках на координатной плоскости абсцисса в два раза больше ординаты; в два раза меньше ординаты?

**710*.** В каких точках на координатной плоскости модуль абсциссы в два раза больше модуля ординаты; модуль абсциссы в два раза меньше модуля ординаты? Определите их центр симметрии.

**711.** На рисунке 104 изображены графики температуры в Киеве и Львове. Определите по графикам:

а) в какой промежуток времени температура была положительной в двух городах одновременно;

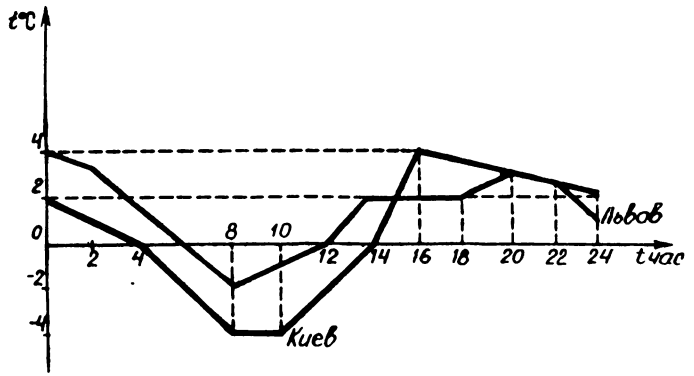



Рис. 104

б) в котором часу температура в городах была одинаковой;

в) в котором часу температура в городах была нулевой;

г) когда температура была отрицательной в Киеве; во Львове;

д) в котором часу температура в Киеве была наиболее высокой; наиболее низкой;

е) в котором часу температура во Львове была наиболее высокой; наиболее низкой?

**712.** Расшифруйте слово, изображенное точками:

$(-4;\ 0)$, $(0;\ 0)$, $(2;\ 0)$, $(3;\ 0)$, $(4;\ 0)$, $(0;\ 1)$, $(0;\ 2)$, $(0;\ -1)$, $(0;\ -2)$, $(2;\ 1)$, $(2;\ 2)$, $(4;\ 1)$, $(4;\ 2)$, $(4;\ -1)$, $(4;\ -2)$, $(-4;\ 1)$, $(-4;\ -1)$, $(-3;\ 2)$, $(-3;\ -2)$, $(-2;\ 1{,}5)$, $(-2;\ -1{,}5)$, $(0;\ 3{,}5)$.

**713.** В каких точках на координатной плоскости абсциссы и ординаты противоположные?

**714.** Покажите на координатной плоскости точки, через которые автомобиль может проехать кратчайшим путем из точки $A\,(-2;\ 2)$ к точке $B\,(2;\ 2)$, а затем к точке $C\,(5;\ 4)$.

**715.** Дана точка $A\,(-2;\ -3)$. Найдите точку $K\,(|-2|;\ |-3|)$.

**716.** Точка $M(x; b)$ лежит во второй четверти. Найдите точку $E\left(|x|; \frac{b}{6}\right)$.

**717.** Даны три точки: $A(-3; 2)$, $B(-3; 5)$, $C(5; 5)$. Постройте точку $D$, являющуюся вершиной прямоугольника $ABCD$. Найдите периметр и площадь, определите центр его симметрии.

**718.** Что можно сказать о координатах точек, расположенных на: а) оси абсцисс; б) оси ординат?

**719.** Отметьте четыре произвольные точки на координатной плоскости. Найдите координаты этих точек.

**720.** Через точку $A(-3; -2)$ проведите две прямые, параллельные осям координат. Найдите координаты точек пересечения этих прямых с осями $Ox$ и $Oy$.

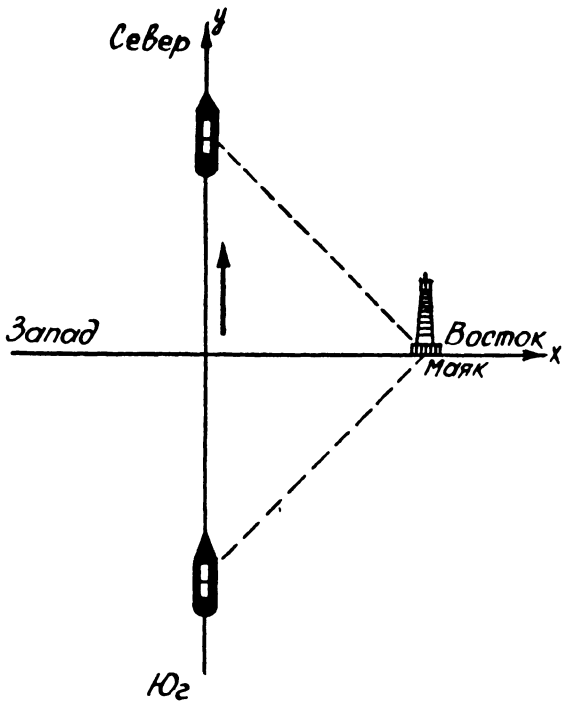



Рис. 105

**721.** Назовите фигуру, изображенную точками: $A(5; 0)$. $B(4; 3)$, $C(3; 4)$, $D(0; 5)$, $E(-3; 4)$, $K(-4; 3)$, $M(-5; 0)$, $P(-4; -3)$, $H(-3; -4)$, $T(0; 5)$. Найдите еще несколько точек с целыми координатами, принадлежащие той же фигуре. Что можно сказать о расстоянии этих точек до точки $0(0; 0)$?

**722.** Штурман корабля заметил маяк, установленный на северо-востоке. Когда корабль проплыл 10 км на север, маяк очутился на юго-востоке (рис. 105). Определите координаты мест нахождения маяка и корабля. Составьте план движения корабля в масштабе 1 : 100 000 и найдите расстояние от корабля до маяка в начале и в конце пути. Каким было наименьшее расстояние от корабля до маяка?

## К пункту 8.7

**723.** Отметьте на координатной плоскости точки $A(2; 3)$, $B(4; -1)$, $C(1; 4)$. Кружочками отметьте точки $A_1$, $B_1$, $C_1$, симметричные точкам $A$, $B$, $C$ относительно начала координат точки $O$. На той же координатной плоскости отметьте черточками точки $A'$, $B'$, $C'$, симметричные точкам $A$, $B$, $C$ относительно оси $Oy$.

**724.** На координатной плоскости отметьте точки $A(-4; 1)$, $B(-1; 0)$, $C(-1; 3)$. Кружочками отметьте точки $A_1$, $B_1$, $C_1$, симметричные точкам $A$, $B$, $C$ относительно оси $Ox$. На той же координатной плоскости отметьте черточками точки $A'$, $B'$, $C'$, симметричные точкам $A_1$, $B_1$, $C_1$ относительно оси $Oy$.

**725.** В системе координат постройте отрезки $AB$, $BC$, $CD$, $AD$ с концами $A(-5; -1)$, $B(-1; -2)$, $C(-3; -5)$, $D(-7; -4)$. Кружочками отметьте четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$, симметричный четырехугольнику $ABCD$ относительно начала координат. Постройте четырехугольник $A'B'C'D'$, симметричный четырехугольнику $A_1B_1C_1D_1$ относительно оси $Ox$. Симметричны

ли между собой четырехугольники $ABCD$ и $A'B'C'D'$? Сравните длины симметричных отрезков.

**726.** В системе координат через точки $O(0;\ 0)$ и $K(2;\ 2)$ проведите прямую и постройте отрезок $AB$ с концами $A(-3;\ -1)$, $B(-1;\ 4)$. Какие из точек являются концами отрезка $A_1B_1$, симметричного отрезку $AB$ относительно прямой $OK$? Сравните длины симметричных отрезков.

**727*.** Постройте треугольник $MKP$, если $M(1;\ 2{,}5)$, $K(5;\ 3{,}5)$, $P(3;\ 6)$. Постройте фигуру, симметричную треугольнику $MKP$ относительно: а) оси $Ox$; б) оси $Oy$.

**728*.** Начертите прямоугольник $ABCD$ так, чтобы $AB=6$ см, $BC=4$ см. Постройте фигуру, симметричную прямоугольнику относительно прямой $DC$. Найдите периметры и площади симметричных фигур.

**729*.** Начертите прямоугольный треугольник $ABC$ так, чтобы $AC=4$ см, $BC=3$ см, $AB=5$ см. Постройте фигуру, симметричную треугольнику относительно прямой $AC$. Найдите периметры и площади симметричных фигур.

**730*.** Начертите квадрат $ABCD$ так, чтобы $AB=3{,}5$ см. Постройте фигуры, симметричные относительно каждой стороны квадрата. Найдите периметр и площадь образованной фигуры.

**731.** Какая из фигур на рисунках 106—108 имеет ось симметрии?

Рис. 106

Рис. 107

Рис. 108

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 10

### I вариант

**1°.** Если точку $K(-2)$ переместить вправо на 7 единиц, она перейдет в точку $M$, а если переместить ее влево на 3 единицы — в точку $P$. Выполните рисунок. Найдите:

а) координаты точек $M$ и $P$;

б) расстояние между точками $M$ и $P$;

в) модуль каждого из чисел, изображенных на координатной прямой.

**2°.** Постройте треугольник $ABC$, у которого $A(2{,}5;\ 4)$, $B(5;\ 0)$, $C(2{,}5;\ -1)$. Постройте треугольник с вершинами, симметричными вершинам треугольника $ABC$ относительно:

а) начала координат;

б) оси $Oy$.

Найдите площадь треугольника $ABC$.

**3°.** Отметьте на координатной прямой точки, координаты которых равны целым значениям $x$, если:

а) $|x|<3$; б) $2<|x|\leqslant 4$.

**4.** Найдите значение выражения: $3{,}7\cdot(|-2{,}5|+|-3{,}7|)$.

**5.** Решите уравнение:

а) $|x|=8{,}4$; б) $|x+4|=1$.

На координатной прямой найдите точку, являющуюся центром симметрии корней уравнений.

**6.** Отметьте на координатной прямой точки с координатами, удовлетворяющими неравенству:

а) $|x|<3{,}1$; б) $|x-3|<2$.

На той же координатной прямой найдите точку, являющуюся центром симметрии искомых решений каждого неравенства.

**7.** Постройте треугольник $OBC$, у которого: $O(0;\ 0)$, $B(0;\ 4{,}5)$, $C(2;\ 3)$. Постройте треугольник с вершинами,

симметричными вершинам треугольника $OBC$ относительно:

а) начала координат;

б) оси $Oy$.

Найдите площадь треугольника $OBC$. Симметричны ли между собой построенные треугольники?

II вариант

1°. Если точку $A$ (2) переместить влево на 6 единиц, она перейдет в точку $B$, а если переместить ее вправо на 3 единицы,— в точку $C$. Сделайте рисунок. Найдите:

а) координаты точек $B$ и $C$;

б) расстояние между точками $B$ и $C$;

в) модуль каждого из чисел, изображенных на координатной прямой.

2°. Постройте треугольник $KMP$, у которого $M(-3{,}5;\ 1)$, $K(0;\ 5{,}5)$, $P(4;\ 1)$. Постройте треугольник с вершинами, симметричными вершинам треугольника $KMP$ относительно:

а) начала координат;

б) оси $Ox$.

Найдите площадь треугольника $KMP$.

3°. Отметьте на координатной прямой точки, координаты которых равны целым значениям $x$, если:

а) $|x|<4$; б) $1\leqslant|x|\leqslant3$.

4. Найдите значение выражения:

$44:(|-3{,}5|+|4{,}5|)$.

5. Решите уравнение:

а) $|-x|=7{,}2$; б) $|x-8|=3$.

На координатной прямой найдите точку, являющуюся центром симметрии корней уравнений.

6. Отметьте на координатной прямой точки, координаты которых удовлетворяют неравенству:

а) $|x|<4{,}1$; б) $|x-4|<2$.

На той же координатной прямой найдите точку, являющуюся центром симметрии искомых решений каждого неравенства.

**7.** Постройте треугольник $OBC$, у которого: $O(0; 0)$, $B(2{,}5; 3)$, $C(4; 0)$. Постройте треугольник с вершинами, симметричными вершинам треугольника $OBC$ относительно:

а) начала координат;

б) оси $Ox$.

Найдите площадь треугольника $OBC$. Симметричны ли между собой построенные треугольники?

## 9. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

### 9.1. СЛОЖЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Чтобы вывести правило сложения для каких-либо рациональных чисел, решим несколько задач.

**Задача 1.** Термометр показал $+4$ °С. Потом температура изменилась на $+3$ °С (рис. 109). Сколько градусов показывает термометр теперь?

**Задача 2.** Термометр показывает $-2$ °С. Потом температура изменилась на $-4$ °С (рис. 110). Сколько градусов показывает термометр теперь?

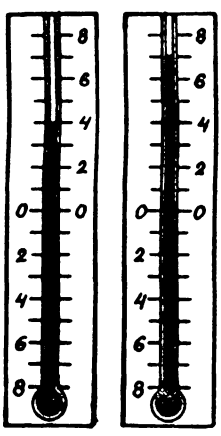



Рис. 109

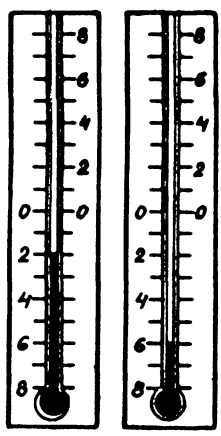



Рис. 110

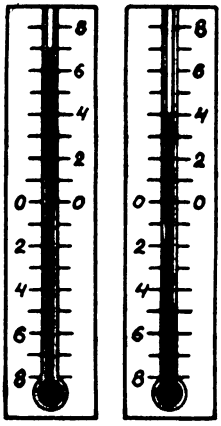



Рис. 111

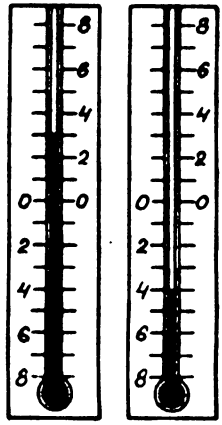



Рис. 112

**Задача 3.** Термометр показывает $+7$ °С. Потом температура изменилась на $-3$ °С (рис. 111). Сколько градусов показывает термометр теперь?

**Задача 4.** Термометр показывает $+3$ °С. Потом температура изменилась на $-7$ °С (рис. 112). Сколько градусов показывает термометр теперь?

Подумайте и объясните, как выполнили действия сложения, решая эти задачи:

Задача 1. $(+4)+(+3)=+7$.
Задача 2. $(-2)+(-4)=-6$.
Задача 3. $(+7)+(-3)=+4$.
Задача 4. $(+3)+(-7)=-4$.

Решим еще несколько задач.

**Задача 5.** Изобразите число $+7$ точкой $A$ на координатной прямой. Перенесите эту точку на 4 единицы вправо в точку $B$. Найдите координату точки $B$ (рис. 113).

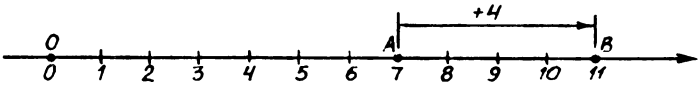



Рис. 113

**Задача 6.** На координатной прямой перенесите точку $M(-7)$ на $-4$ единицы в точку $K$ (рис. 114). Найдите координату точки $K$.

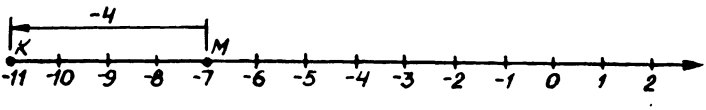



Рис. 114

**Задача 7.** Перенесите точку $M(-7)$ на $+4$ единицы в точку $D$ (рис. 115). Найдите координату точки $D$.

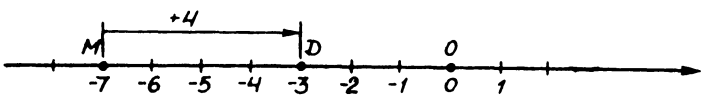



Рис. 115

**Задача 8.** Перенесите точку $A(+7)$ на $-4$ единицы в точку $P$ (рис. 116). Найдите координату точки $P$.

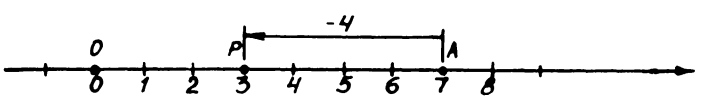



Рис. 116

Что можно сказать о сумме двух положительных чисел? Сравните сумму со слагаемыми.

Что можно сказать о сумме двух отрицательных слагаемых? Сравните сумму со слагаемыми. Сравните модуль суммы двух отрицательных слагаемых с модулями слагаемых.

Сравнивая решения задач 5 и 6, можно сформулировать такое правило:

*Суммой двух чисел с одинаковыми знаками является число, имеющее тот же знак, что и слагаемые, а модуль его равен сумме модулей слагаемых.*

**Проверьте, верно ли выполнено сложение:**

$(+8)+(+7)=+15$; $(-8)+(-7)=-15$;
$(+8)+(+17)=+25$; $(-8)+(-17)=-25$.

**Что можно сказать о сумме двух слагаемых, если одно из них отрицательное? Рассматривая решения задач 3, 4, 7 и 8, можем сформулировать такое правило:**

***Суммой двух чисел с разными знаками является число, имеющее тот знак, что и слагаемое с большим модулем, а модуль равен разности модулей слагаемых.***

**Проверьте, верно ли по этому правилу выполнено сложение:**

$(-7)+(+12)=+5$; $(-3,5)+(+7,8)=+4,3$;
$(+7)+(-12)=-5$; $(+3,5)+(-7,8)=-4,3$;
$(+7)+(-7)=0$; $(+3,5)+(-3,5)=0$.

## 9.2. СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ

**Мы знаем, что для положительных чисел выполняются переместительное и сочетательное свойства сложения. А справедливы ли эти свойства для каких-либо рациональных чисел?**

**Проверьте справедливость переместительного свойства сложения $a+b=b+a$, при:**

**а)** $a=-2$; $b=+5$;

**б)** $a=0,5$; $b=-1,75$;

**в)** $a=-0,5$; $b=+1\frac{3}{4}$;

**г)** $a=-0,5$; $b=-1,75$.

**Проверьте справедливость сочетательного свойства сложения $a+(b+c)=(a+b)+c$, при:**

**а)** $a=-3$; $b=-2$; $c=-4,2$;

**б)** $a=-3$; $b=-2$; $c=+5\frac{1}{4}$;

**в)** $a=-3$; $b=+2$; $c=+4,2$;

**г)** $a=+3$; $b=2$; $c=4,1$.

Решив эти примеры, видим, что сложение каких-либо чисел имеет переместительное и сочетательное свойства. Напомним их.

**Переместительное свойство**: для любых двух чисел $a$ и $b$ верно равенство:

$$a+b=b+a.$$

**Сочетательное свойство**: для любых чисел $a$, $b$ и $c$ верно равенство:

$$a+(b+c)=(a+b)+c.$$

## 9.3. ВЫЧИТАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Вы знаете, что действие, с помощью которого по сумме и одному из двух слагаемых находим второе слагаемое, называется вычитанием.

**Задание 1.** Решите уравнение и сделайте проверку:

а) $9{,}6+x=10{,}3$; б) $9{,}5=2{,}4+y$;
в) $8{,}7+y=10$.

**Задание 2.** Решите уравнение:

а) $10{,}5-x=4$; б) $10-y=7{,}4$;
в) $p-7=10$; г) $x-8=-5$;
д) $y-4=-1$; е) $p-7=-3$.

**Задание 3.** Угадайте корень уравнения и сделайте проверку:

а) $x+8=3$; б) $y+4=3$; в) $p+7=4$.

**Задание 4.** Выполните вычитание:

а) $3-8=?$ б) $4-7=?$

Р е ш е н и е. а) Обозначим разность $3-8$ через $x$, то есть $x=3-8$. Прибавим к обеим частям равенства по $+8$ и $-8$, не нарушив его, получим:

$$x+8+(-8)=3-8+8+(-8).$$

Поскольку $8+(-8)=0$, а $3+(-8)=-5$, то $x=-5$ или $3-8=-5$.

**Рассмотрите запись, объясните способ вычитания:**

б) $4-7=y$,
$y+7=4$,
$(y+7)+(-7)=4+(-7)$,
$y+7+(-7)=4+(-7)$,
$y=4+(-7)$,
$y=-3$.

**Таким образом,** $4-7=4+(-7)$.

**Как видим, действие вычитания можно заменить сложением числа, противоположного вычитаемому.**

**Проверьте, верно ли выполнено вычитание по этому правилу:**

$7-15=7+(-15)$;
$7+(-15)=-8$.

**Можно сформулировать такое правило:** *Чтобы вычесть какое-нибудь число, достаточно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому:*

$$a-b=a+(-b).$$

**Ясно, это не касается 0, поскольку нуль не имеет противоположного числа.**

$$a-0=a.$$

**Задание 5. Замените действия вычитания чисел сложением рациональных чисел и выполните вычисления:**

$(+7{,}6)-(+4)-(25)+(-2)-(-3)$.

**Торопыжка, не задумываясь, записал:**

$\underline{(+7{,}6)}+(-4)+(-25)+(-2)+\underline{(+3)}=$
$=10{,}6+(-31)=-20{,}4$.

**Каково ваше мнение?**

**Итак, все действия вычитания можно заменить сложением чисел, противоположных тем, которые вычитают.**

**Проверьте, отвечает ли выполнение вычитания этому правилу:**

а) $(+7{,}4)-(+4{,}3)-(-2{,}6)+(-0{,}8)=7{,}4+$
$+(-4{,}3)+(+2{,}6)+(-0{,}8)=10+(-5{,}1)=4{,}9.$

б) $(-8{,}4)-(-4{,}9)+(-3{,}1)=-8{,}4+4{,}9+(-3{,}1)=$
$=-3{,}5+(-3{,}1)=-6{,}6.$

Для упрощения записей можно везде знак сложения опускать, помня, что каждый знак в выражении касается следующего числа и что все числа нужно сложить. Так, выражение

$$+7+(-4)+(+2)+(+5)+(-3)$$

можно записать короче:

$$7-4+2+5-3=(7+2+5)-7=7.$$

## 9.4. РАСКРЫТИЕ СКОБОК

**Задача 1.** Между Киевом и Луцком находятся Ривнэ и Житомир (рис. 117). От Киева до Луцка 390 км, от Ривного до Киева 320 км, а от Ривного до Житомира 190 км. Найдите расстояние от Луцка до Житомира. Решите задачу двумя способами, составляя числовые выражения.

Рис. 117

**Задача 2.** В троллейбусе, состоящем из двух вагонов, ехали $a$ человек. На одной из остановок из первого вагона вышли $x$ человек и из второго — $y$, а вошли в первый $p$ человек и во второй — $k$ человек. Сколько человек осталось в троллейбусе?

Р е ш е н и е.

| | |
|---|---|
| Оксана считает, что в троллейбусе осталось $a-(x+y)+(p+k)$ (человек). | Роман считает, что в троллейбусе осталось $a-x-y+p+k$ (человек). |

Как вы считаете, кто из них прав?

Подумав, можно сказать, что

$$a-(x+y)+(p+k)=a-x-y+p+k.$$

Переход от левой части равенства к правой можно подробнее записать так:

$$a-(+x+y)+(+p+k)=a-x-y+p+k.$$

Проследив ход решения этой задачи, сформулируем такое правило:

*Если перед скобками стоит знак «плюс» («минус»), то, раскрывая скобки, знак каждого слагаемого, что в скобках, сохраняем (меняем на противоположный):*

$$a+(b+c)=a+b+c,\ a-(b+c)=a-b-c.$$

### Вопросы для самопроверки и повторения

1. Как сложить два числа, имеющие одинаковые знаки?
2. Как сложить два числа, имеющие разные знаки?
3. Может ли сумма двух чисел быть меньше слагаемого?
4. Сформулируйте переместительное свойство сложения.
5. Сформулируйте сочетательное свойство сложения.
6. Сформулируйте правило вычитания рациональных чисел.
7. Сформулируйте правило раскрытия скобок.

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 9.1

**732.** Утром температура воздуха была $+10$ °С. Днем она поднялась еще на 4 °С. Какова температура воздуха днем? Какое математическое действие нужно выполнить?

**733.** Утром температура воздуха была $-4$ °С. К обеду она поднялась на 5 °С. Какая температура

воздуха была в обед? Изобразите графически сложение чисел $-4$ и $+5$.

**734.** В таблице 28 показаны изменения температуры за первую половину дня. Определите обеденную температуру воздуха с помощью графического изображения. Заполните третью графу таблицы. Какое действие нужно выполнить?

*Таблица 28*

| Температура воздуха в 8 ч | К обеду температура изменилась на | Температура воздуха в обед |
|---|---|---|
| $+3$ °C | $+5$ °C | |
| $-3$ °C | $-5$ °C | |
| $-3$ °C | $+5$ °C | |
| $+3$°C | $-5$°C | |

**735.** Выполните сложение:

а) $(-46)+(-18)$; б) $(-143)+(-57)$;
в) $(-4{,}6)+(-3{,}6)$; г) $(+8{,}7)+(-12)$;
д) $(-5{,}8)+(+1{,}7)$; е) $(-3{,}73)+(-1{,}28)$.

**736.** Выполните сложение:

а) $(+26)+(-18)$; б) $26+(-28)$;
в) $-8+(+6{,}7)$; г) $(-70)+(-12)$;
д) $(-3)+(-12)$; е) $2+(-3{,}8)$;
ж) $-17+14$; з) $-4{,}5+1{,}6$;
и) $-2{,}4+6{,}8$.

**737.** Выполните сложение:

а) $+7\frac{3}{4}+(-4)$; б) $7+\left(-5\frac{3}{7}\right)$;

в) $-8+4\frac{1}{3}$; г) $-4-6\frac{4}{5}$;

д) $-8+9$; е) $-2\frac{7}{10}+4\frac{11}{15}$;

ж) $-6\frac{3}{4}+4\frac{5}{6}$; з) $4\frac{5}{6}+\left(-6\frac{4}{5}\right)$;

и) $4\frac{3}{4}+4\frac{5}{6}$.

**738.** Постройте на координатной прямой сумму:

а) $-4+(+4)$; б) $(-6{,}5)+(-2{,}5)$;

в) $-1+5\frac{1}{2}$; г) $-6+4{,}5$;

д) $5+(-6{,}5)$; е) $4\frac{3}{4}+(-3)$.

**739.** Найдите сумму: $-0{,}4$ и числа, противоположного числу $+0{,}6$.

**740.** Уровень воды в реке менялся в течение трех дней. В первый день он изменился на $-37$ см, во второй на $-81$ см, а в третий на $-28$ см. На сколько изменился уровень воды за три дня?

**741*.** В таблице 29 показано изменение уровня воды в Днестре с 10.03 по 20.03. Заполните таблицу. Какого числа повышение уровня воды прекратилось? Как изменился уровень воды с 10.03 по 15.03? Как изменился уровень воды с 16.03 по 20.03? Как изменился уровень воды с 10.03 по 20.03?

*Таблица 29*

| Дата | Изменение уровня воды, м | | |
|---|---|---|---|
| | За первую половину дня | За вторую половину дня | В течение дня |
| 10.03 | +0,1 | +0,2 | |
| 11.03 | −0,15 | +0,2 | |
| 12.03 | +0,11 | −0,16 | |
| 13.03 | +0,2 | +0,2 | |
| 14.03 | +0,2 | +0,24 | |
| 15.03 | +0,1 | +0,05 | |
| 16.03 | −0,2 | +0,1 | |
| 17.03 | −0,2 | −0,25 | |
| 18.03 | −0,18 | −0,22 | |
| 19.03 | +0,1 | −0,25 | |
| 20.03 | +0,05 | −0,1 | |

## К пункту 9.2

**742.** Выполните сложение наиболее удобным способом:

а) $(+15{,}4)+(-2)+\left(+14\frac{2}{5}\right)+(-8)$;

б) $(-120{,}5)+(+43)+\left(-79\frac{1}{2}\right)+(+57)$;

в) $\left(+\frac{1}{8}\right)+\left(+15\frac{3}{5}\right)+(+0{,}875)+\left(-\frac{3}{5}\right)$;

г) $(-2{,}75)+\left(-\frac{1}{4}\right)+(-6{,}13)+(-0{,}37)$;

д) $(-3{,}6)+(-5)+(-3)+(+0{,}6)$;

е) $(+0{,}23)+\left(+13\frac{2}{3}\right)+(+0{,}07)+\left(-\frac{2}{3}\right)$.

**743.** Найдите значение суммы:

а) $-17+5+8\frac{1}{2}+17\frac{3}{4}$;

б) $-5+(-144{,}4)+\left(-16\frac{3}{5}\right)+5$;

в) $40+14\frac{1}{2}+(-20)+(-14{,}5)$;

г) $-7\frac{2}{5}+(-12)+7{,}4+(-8)$;

д) $-60{,}7+28+60{,}7+(-60{,}7)$;

е) $207+83+(-207)+17$.

**744.** Найдите наибольшую сумму:

а) $\left(-3\frac{5}{6}\right)+(+4{,}5)+\left(-1\frac{1}{6}\right)$;

б) $\left(+8\frac{3}{4}\right)+\left(-14\frac{2}{7}\right)+(-0{,}75)$;

в) $\left(-\frac{3}{8}\right)+\left(-1\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)+6{,}4$;

г) $(-10{,}4)+\left(-\frac{5}{6}\right)+\frac{3}{4}+(-4{,}6)$.

**745.** Найдите сумму всех целых чисел, которые находятся между числами $-7$ и $8$.

**746.** В выражении $4{,}1x+5{,}4y$ замените букву $x$ на $15{,}42+(-3{,}62)$, а букву $y$ на $-72+12{,}3$. Вычислите значение найденного выражения.

**747.** Можно ли утверждать, что:

а) $a<a+|-5|$; б) $a<a+b$;

в) $|x+10|=x+10$; г) $x+\frac{1}{2}>x+0{,}1$;

д) $a+b<b$; е) $|a|+|b|<b$?

**748.** Решите уравнение:

а) $-x=-8{,}2+7\frac{1}{5}$; б) $-y=-7{,}5+8$;

в) $-p=-10{,}4+12$; г) $-k=-3{,}4+(-6{,}6)$.

**749.** Решите уравнение:

а) $165{,}56-(x-12{,}5)=160{,}56$;

б) $278{,}43-(y+1{,}1)=276{,}84$;

в) $173{,}73-(p-5{,}5)=168{,}64$.

**750.** Выполните действия наиболее удобным способом:

а) $-2{,}5+(-305)+|-2{,}5|+(-95)$;

б) $-6{,}1+0+|-6{,}1|+(-1{,}1)+(-0{,}9)$;

в) $(|-4{,}3|+(-4{,}3)+|-3{,}1|)+(-4{,}5)$.

**751.** При каком условии равенство $x+y+z+p=0$ верно, если $x$ и $y$ — противоположные числа?

### К пункту 9.3

**752.** Найдите разность и сделайте проверку:

а) $4-9$; б) $-2-(-5)$; в) $7-(-4)$;

г) $4{,}3-9$; д) $-2-(-8)$; е) $-4-(-6)$.

**753.** Выполните вычитание:

а) $12-(-3{,}4)$; б) $8-(-8)$; в) $7{,}6-(+5)$;
г) $15-(-4{,}6)$; д) $8{,}5-(-5{,}5)$; е) $-5{,}6-1$;
ж) $-8-(-5{,}4)$; з) $-3{,}4-(-3{,}2)$; и) $7-9$.

**754.** Решите уравнение и сделайте проверку:

а) $-4+x=4{,}1$; б) $5{,}6-x=2{,}3$;

в) $x+3\frac{2}{5}=5$; г) $x+3{,}7=2$;

д) $4{,}7+x=-3{,}1$; е) $x+4{,}1=-2{,}1$.

**755.** За день температура воздуха изменилась на $-8$ °С и под вечер была равной $-3$ °С. Какой была температура утром?

**756.** Температура воздуха утром была 6 °С, а под вечер она стала $-4$ °С. На сколько изменилась температура воздуха за день?

**757.** Найдите длину отрезка $AB$, имеющего концы $A(-3)$ и $B(4)$.

**758.** Сливочную смесь для изготовления мороженого, имевшую температуру $+16$ °С, охладили до температуры $-2$ °С. На сколько градусов снизилась температура сливочной смеси?

**759.** В 14 ч столбик ртути в термометре показывал $-10$ °С, а вечером $-16$ °С. Определите разность температур и объясните ее.

**760.** Брат с сестрой ехали поездом из Киева в Харьков. В 10 ч 30 мин Юра, выглянув в окно, увидел километровый знак 120, а через 40 мин, выглянув в окно, Галя увидела километровый знак 88. С какой скоростью ехал поезд?

Юра сделал запись:

$$(120-88):\frac{2}{3}=32\cdot\frac{3}{2}=$$
$$=48\ (\text{км})$$

Галя записала:

$$\frac{((-88)-(-120))\cdot 60}{40}=$$
$$=\frac{(-88+120)\cdot 60}{40}=\frac{32\cdot 60}{40}=$$
$$=\frac{32\cdot 3}{2}=48\ (\text{км})$$

А как бы вы решили эту задачу?

**761.** Для прорастания зерна в среднем нужно 75 % воды от его массы (массу зерна принимают за 100 %). Составьте таблицу отклонений от этой нормы и запишите отклонения с помощью положительных и отрицательных чисел, пользуясь данными, взятыми из практики (табл. 30).

*Таблица 30*

| Название растения | Потребность в воде, % | Отклонение от среднего значения, % |
|---|---|---|
| Пшеница | 50 | |
| Рожь | 65 | |
| Ячмень | 57 | |
| Овес | 80 | |
| Кукуруза | 37 | |
| Просо | 30 | |
| Горох | 144 | |
| Лен | 100 | |
| Клевер | 145 | |

**762.** Средний расход воды на 1 га посева от сева до созревания равен 42 см осадков. Составьте таблицу отклонений от этого числа и запишите их с помощью положительных и отрицательных чисел, пользуясь данными, взятыми из практики (табл. 31).

*Таблица 31*

| Название растения | Расход воды, см на 1 га посева | Отклонение от средней величины |
|---|---|---|
| Пшеница | 24 | |
| Рожь | 25 | |
| Ячмень | 37 | |
| Кукуруза | 55 | |
| Овес | 37 | |
| Горох | 42 | |
| Клевер | 74 | |

**763.** Решите уравнение и сделайте проверку:

а) $x+28=12$; б) $35+y=20$;

в) $34+p=40$; г) $x+4{,}4=5\frac{2}{5}$;

д) $3\frac{5}{9}+y=2\frac{5}{6}$; е) $6{,}4+p=5{,}01$.

**764.** В течение шести дней февраля измеряли температуру воздуха в 6 и 14 часов. Результаты измерений приведены в таблице 32. Найдите изменение температуры за каждый день от 6 ч до 14 ч.

*Таблица 32*

| Дата / время | 1.02 | 2.02 | 3.02 | 4.02 | 5.02 | 6.02 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| в 6 ч | −9 °C | −8,5 °C | −4 °C | −4 °C | −3 °C | −2 °C |
| в 14 ч | −3 °C | −2 °C | −1 °C | 0 °C | +1 °C | +2 °C |
| Разность | | | | | | |

**765.** Вертолет летел на высоте 410 м, потом его высота изменилась на −28 м. На какой высоте оказался вертолет?

**766.** 10 февраля в 14 ч температура воздуха возле пещеры Хрустальная, что на Тернопольщине, была −8 °C, внутри пещеры +11 °C. Определите разность температур.

**767.** Независимо от температуры на местности в пещере Озерная, что на Тернопольщине, температура воздуха постоянная и равна 11 °C. В течение двух месяцев через каждые 10 дней в 14 ч измеряли температуру возле входа в пещеру. Результаты измерений приведены в таблице 33. Сравните температуру воздуха возле пещеры с температурой в пещере.

**768.** Приборы радиозонда, запущенного над Крымскими горами в стратосферу, показали температуру −84 °C. В это время температура воздуха на поверхно-

*Таблица 33*

| Дата | 10.10 | 20.10 | 30.10 | 10.11 | 20.11 | 30.11 | 10.12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Температура возле входа в пещеру | 14 °C | 11 °C | 4 °C | 2 °C | 0 °C | −4 °C | −8 °C |
| Разность температур | | | | | | | |

сти земли была +21 °C. На сколько градусов температура воздуха на поверхности выше, чем в стратосфере?

**769*.** Древнегреческий писатель Геродот приплыл в Ольвию (на побережье Черного моря) 2353 года тому назад. В каком году до начала современного летоисчисления Геродот был в Ольвии?

Учащиеся в 1995 г. решили задачу по-разному:

$2353-1995=358$ (г.) и $1995-2353=-358$ (г.).

Какой из этих результатов верный?

**770*.** В книге по истории читаем: «В 630 г. до н. э. скифы пошли походом на Ассирийское царство». Сколько лет прошло с того времени до 1995 г.? Какое из двух действий $-630+1995$ или $1995-(-630)$ — следует считать верным?

**771.** Выполните вычитание:

а) $(-20)-(-26)-(-4)$;

б) $\left(-5\frac{3}{4}\right)-\left(4\frac{5}{6}\right)-\left(+2\frac{1}{2}\right)$;

в) $(+3)-(-4)-(-5)$;

г) $\left(+\frac{3}{20}\right)-(+1{,}1)-0{,}6$;

д) $(-12)-\left(4\frac{3}{8}\right)-\left(+3\frac{5}{12}\right)$;

е) $\left(-8\frac{1}{4}\right)-(+0{,}25)-(2{,}5)$.

**772.** Замените вычитание сложением:

а) $8{,}25-3{,}92$; б) $13{,}75-20\frac{4}{5}$;

в) $-28-(-32{,}5)$; г) $-46{,}5-34{,}8$;

д) $-50{,}6-(-24)$; е) $-4\frac{3}{5}-(-6{,}7)$;

ж) $4\frac{5}{6}-\left(+1\frac{4}{9}\right)$; з) $24\frac{9}{20}-32{,}8$.

**773.** Выполните вычисления:

а) $\left(-6\frac{3}{10}\right)-\left(+7\frac{11}{15}\right)+\left(-3\frac{11}{20}\right)-\left(+\frac{17}{20}\right)$;

б) $(+5)+\left(-7\frac{5}{12}\right)-\left(-8\frac{1}{4}\right)-(+4)+\left(-\frac{7}{12}\right)$;

в) $(+2{,}25)+(-1{,}75)-(-4)+(-2{,}7)$;

г) $(-3{,}2)-(-8{,}6)+(-4{,}6)-(-2)$.

**774.** Выполните действия:

а) $\left(-4\frac{1}{2}\right)-|-2{,}5|+(-3{,}6)-\left|-4\frac{3}{4}\right|$;

б) $\left|-11\frac{3}{11}\right|-\left|+5\frac{3}{5}\right|+\left|+2\frac{8}{11}\right|-(-16{,}6)$;

в) $|-1{,}4|+(-4{,}7)-|-3{,}4|+\left(-6\frac{3}{10}\right)$;

г) $\left(+\frac{1}{3}\right)+\left|-1\frac{5}{6}\right|-\left(-2\frac{1}{6}\right)+|-4{,}5|$.

**775.** Решите уравнение и сделайте проверку:

а) $-2{,}7+|x|=4{,}6$; б) $5-|x|=-2{,}1$;

в) $(-4{,}8)+|x|=-1{,}9$; г) $8{,}1+y=-3{,}8$;

д) $|x|-4{,}5=-6$; е) $(-x)+4{,}7=-6$;

ж) $y-|-3{,}5|=-5$; з) $10{,}5-x=4\frac{1}{2}$;

и) $3{,}6-|x|=-1\frac{2}{5}$.

**776.** Найдите число, противоположное корню уравнения:

$$3+x=-4{,}5.$$

**777.** Найдите сумму всех целых решений неравенства:

а) $-3{,}1 < p < 2{,}5$; б) $-3{,}9 < k < 3{,}4$;

в) $-4\frac{1}{2} < m < 2{,}1$; г) $|x| < 3{,}5$.

**778.** Подъезжая поездом Киев — Харьков к Полтаве, в 6 ч Надя посмотрела в окно и увидела километровый знак 49. Через два часа она посмотрела в окно второй раз и снова увидела километровый знак 49. Как могло так случиться? Надя подумала, что поезд стоит. Соседка, сидевшая возле нее в купе, сказала, что поезд проехал 98 км. А как вы думаете?

**779.** В девятиэтажной гостинице лифт в 7 ч утра был на восьмом этаже. За 20 мин он переместился на 5 этажей вниз, на 2 вниз, на 7 вверх, на 5 вниз, на 3 вверх, на 4 вниз, на 2 этажа вниз. На каком этаже он наконец очутился? Какой путь прошел лифт за 20 мин, если высота одного этажа 2,7 м?

**780.** Заполните пустые клеточки квадрата (рис. 118) числами так, чтобы сумма всех чисел на каждой вертикали, горизонтали и диагонали была равна $-84$.

**781.** Заполните пустые клеточки квадратов (рис. 119) числами так, чтобы сумма всех чисел каждой вертикали, горизонтали и диагонали была равна одному и тому же числу. Числа, записанные в квадрате, разместите в порядке возрастания их величины. Установите закономерность их размещения.

| | | |
|---|---|---|
| -16 | | -32 |
| | -28 | |
| -24 | | |

Рис. 118

| | | |
|---|---|---|
| 9 | | 3 |
| | 0 | |
| | | 9 |

а

| | | |
|---|---|---|
| -8,5 | | |
| 2 | -4 | |
| -5,5 | | |

б

Рис. 119

**782.** При каких значениях $x$ выражение принимает наименьшее (наибольшее) значение? Найдите это значение для каждого из выражений:

а) $|x|+3$; б) $|x-2|+3$; в) $3-|x|$;

г) $3-|x|$; д) $3+|x-2|$; е) $3-|x-2|$.

**783.** Проверьте, верно ли выполнены действия:

а) $-3{,}6+6=-2{,}4$; б) $6{,}4-8=-2{,}4$;

в) $-8{,}4-1{,}6=+10$; г) $-4\frac{3}{8}+1\frac{5}{6}=-2\frac{13}{24}$.

Как с первого взгляда найти ошибки? Выполните каждое действие правильно.

## К пункту 9.4

**784.** Раскройте скобки:

а) $a+(b+c)$; б) $a+(b-c)$; в) $a-(b+c)$;

г) $a-(b-c)$; д) $a+(-b-c)$; е) $a-(+b+c)$.

**785.** Раскройте скобки и найдите значение выражения:

а) $28-(35{,}6+64{,}4)$; б) $35-(-4{,}7+4{,}9)$;

в) $39-(-6{,}7-23{,}3)$; г) $-34-(43{,}6-0{,}5)$;

д) $-10{,}3+(-5{,}4+29{,}5)$; е) $8-(10-5)$.

**786.** Упростите выражение:

а) $0{,}5+\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)$; б) $17{,}4-\left(4\frac{3}{5}-21{,}7\right)$;

в) $4\frac{5}{9}-\left(5+3\frac{5}{6}\right)$; г) $10-\left(2{,}1+4\frac{3}{4}\right)$;

д) $-1\frac{5}{12}+\left(3\frac{3}{8}-4\right)$; е) $-4\frac{1}{4}-\left(2{,}4+4\frac{3}{4}\right)$.

**787.** Решите уравнение:

а) $8{,}4-(6{,}5-x)=4{,}6$;

б) $(x+4{,}7)-14=-4$;

в) $-9+(x-6{,}5)=-4$;

г) $-9-\left(x+4\frac{4}{5}\right)=-8{,}5$;

д) $-12\frac{3}{8}+\left(x-4\frac{5}{12}\right)=6$;

е) $24-\left(x-7\frac{1}{4}\right)=-4\frac{3}{4}$.

**788.** На координатной прямой обозначены точка $A$ (2) и отрезок $AB$, длина которого равна 5 единицам. Определите координату точки $B$. Сколько таких точек может быть?

**789.** На координатной прямой обозначены точка $D$ (−3) и отрезок $CD$, длина которого равна 4,5 единицам. Определите место точки $C$ на координатной прямой.

**790.** Из Николаева и Одессы, расстояние между которыми 114 км, навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Один со скоростью 50 км/ч, второй со скоростью 45 км/ч. Каким будет расстояние между поездами через час?

**791.** Из Николаева и Одессы, расстояние между которыми 114 км, навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Один со скоростью 54 км/ч, а второй со скоростью 60 км/ч. Каким будет расстояние между поездами через час?

**792.** Из Николаева и Одессы, расстояние между которыми 114 км, навстречу другу другу выехали два автомобиля. Один со скоростью 60 км/ч, а второй со скоростью 65 км/ч. Каким будет расстояние между автомобилями через час? Решите задачу двумя способами.

**793*.** Из Николаева и Одессы, расстояние между которыми $l$ км, навстречу друг другу выехали два автомобиля. Один со скоростью $v$ км/ч, а второй со скоростью $u$ км/ч. Каким будет расстояние между автомобилями через час? Решите задачу двумя способами.

**794.** Дано четыре числа: $-4\frac{1}{2}$, 18,5, $-10\frac{3}{5}$, −15,6.

а) Из суммы первых двух чисел вычтите разность четвертого и третьего чисел.

б) К разности первого и четвертого чисел прибавьте сумму второго и третьего чисел.

в) Из первого числа вычтите сумму последних трех чисел.

г) Из суммы модулей первых двух чисел вычтите модуль разности двух последних чисел.

**795.** Расстояние между двумя точками $A(x)$ и $B(-4)$ равно 7 единицам. Найдите координату точки $A$. Сколько таких точек может быть?

**796.** В одном зернохранилище было 108 т зерна, а в другом — 127 т. С 1-го по 6-е сентября произошли изменения, показанные в таблице 34. Сколько зерна было в каждом зернохранилище по состоянию на 6-е сентября? Вычисления выполните наиболее удобным способом, составив числовые выражения.

*Таблица 34*

| | 1.09 | 2.09 | 3.09 | 4.09 | 5.09 | 6.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1-е зернохранилище | 24,6 | −21,4 | −20,5 | 42,4 | −54,6 | 48,6 |
| 2-е зернохранилище | 55,68 | −8,9 | −28,9 | −46,0 | 61,5 | −41,5 |

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 11

I вариант

**1°.** Найдите значение выражения:

а) $-8{,}5+10{,}9+(-8{,}2)+(-1{,}09)$;

б) $(-6{,}1+8{,}2-1{,}9)-3\frac{1}{5}$.

**2°.** Решите уравнение:

а) $4{,}7-x=5{,}1$;

б) $-(y-4{,}5)=-2$.

**3°. Какое число нужно прибавить к числу $-41{,}6$, чтобы получить число $7\frac{3}{4}$?**

**4°.** Найдите значение выражения $4\cdot(8a+3b)-2\times\times(16a-k)$ при $a=4\frac{1}{2}$; $b=-4{,}8$; $k=-8$.

**5°. Найдите число, противоположное корню уравнения $3+x=2{,}1$ и обратное ему.**

**6.** Найдите значение выражения:

$(-3{,}2)-(-8)+(-4{,}6)-2{,}1$.

**7.** Решите уравнение:

а) $-16{,}6-(y-4)=-5$;

б) $|x|+2{,}5=4{,}1$;

в) $|x-3|+2{,}1=5$.

**8.** Найдите сумму всех целых решений неравенства: $-51{,}4<x<55{,}7$.

**9.** Среднее арифметическое двух чисел 1,4, одно из них равно 5,3. Найдите второе число.

II вариант

**1°.** Найдите значение выражения:

а) $13{,}7+(-1{,}2)+(-8{,}8)+(-1{,}37)$;

б) $6{,}7+(-14-3{,}7)+4\frac{1}{5}$.

**2°.** Решите уравнение:

а) $6{,}8-x=7$;

б) $-(3{,}2-x)=-4$.

**3°.** К какому числу нужно прибавить число $-11$, чтобы получить $-12{,}4$?

**4°.** Найдите значение выражения:

$5\cdot(7x+2y)-3\cdot(5x-2k)$ при $x=2{,}3$; $y=-6\frac{3}{10}$; $k=-6$.

**5°.** Найдите число, противоположное корню уравнения $x+2{,}7=1$ и обратное ему.

**6.** Найдите значение выражения:

$(-4)+(-1{,}5)-(-4{,}5+3)$.

**7.** Решите уравнение:

а) $-(3-x)+24{,}1=-5{,}6$;

б) $3{,}7+|x|=5$;

в) $4{,}5+|x-4|=6{,}1$.

**8.** Найдите сумму всех целых решений неравенства:

$-49{,}5<y<53$.

**9.** Среднее арифметическое двух чисел $-1{,}5$, одно из них равно 2,1. Найдите второе число.

## 10. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

### 10.1. УМНОЖЕНИЕ

Находить произведение двух положительных чисел мы умеем. А как найти произведение двух отрицательных чисел или двух чисел с разными знаками?

Чтобы ответить на эти вопросы, решим сначала несколько задач.

**Задача 1.** Температура повышается каждый час на 2°. Сейчас температура 0°. Какой будет температура через 3 часа (рис. 120)?

**Задача 2.** Температура снижается каждый час на 2°. Сейчас температура 0°. Какой будет температура через 3 часа (рис. 121)?

**Задача 3.** Температура повышалась каждый час на 2°. Сейчас температура 0°. Какой была температура 3 часа тому назад (рис. 122)?

**Задача 4.** Температура снижалась каждый час на 2°. Сейчас температура 0°. Какой была температура 3 часа тому назад (рис. 123)?

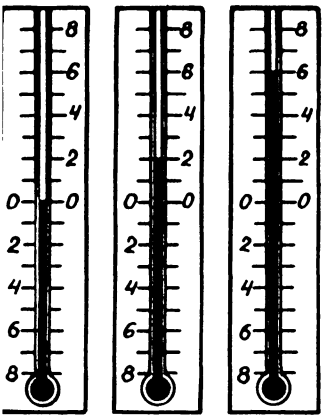
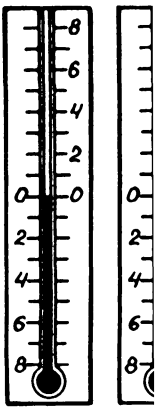


Рис. 120



Рис

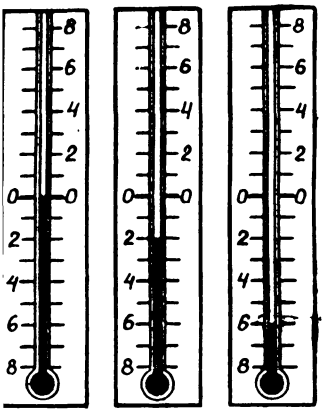


Рис. 122

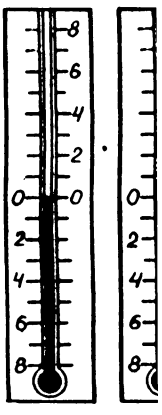


Рис.

Пользуясь рисунками, объясните решен
ырех задач. Решения этих задач можно за

Задача 1. $(+2°)\cdot 3 = +6°$.

Задача 2. $(-2°)\cdot 3 = -6°$.

Задача 3. $(+2°)\cdot(-3) = -6°$.

Задача 4. $(-2°)\cdot(-3) = +6°$.

Рассмотрите выполненные действия умножения:

$(+4{,}5)\cdot(+4)=18;$ $(-4{,}5)\cdot(+4)=-18;$
$(+4{,}5)\cdot(-4)=-18;$ $(-4{,}5)\cdot(-4)=+18.$

Попробуйте по аналогии выполнить следующие действия умножения:

а) $(+6)\cdot(+2{,}5);$ б) $\left(+\frac{4}{11}\right)\cdot\left(+\frac{11}{16}\right);$

в) $(+6)\cdot(-2{,}5);$ г) $\left(-\frac{4}{11}\right)\cdot\left(-\frac{11}{16}\right);$

д) $(-6)\cdot(-2{,}5);$ е) $\left(-\frac{4}{11}\right)\cdot\left(-\frac{11}{12}\right);$

ж) $(-6)\cdot(+2{,}5);$ з) $\left(-\frac{4}{11}\right)\cdot\left(+\frac{11}{12}\right).$

Сформулируем правило умножения рациональных чисел:

*Произведением двух чисел с одинаковыми знаками является число положительное, а модуль произведения равен произведению модулей множителей. Произведением двух чисел с разными знаками является число отрицательное, а модуль его равен произведению модулей множителей.*

Проверьте, правильно ли выполнено умножение. Исправьте ошибки:

$(+1{,}4)\cdot 5=7;$ $(-1{,}4)\cdot(+5)=+7;$
$(-1{,}4)\cdot(-5)=+7;$ $(-2{,}3)\cdot(-4)=-9{,}2;$
$(-1{,}4)\cdot(+5)=-7;$ $(+2{,}3)\cdot(-4)=-9{,}2;$
$(+1{,}4)\cdot(-5)=-7;$ $(-2{,}3)\cdot(+4)=+9{,}2.$

Замените умножение сложением:

а) $4{,}25\cdot 4;$ б) $(-4{,}25)\cdot 3;$ в) $(-4{,}25)\cdot 0;$
г) $4{,}25\cdot 3;$ д) $(-3)\cdot 4{,}25;$ е) $0\cdot(-4).$

*Если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю. Наоборот: произведение может равняться нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю.*

**Задание.** Проверьте, верно ли решено уравнение:

а) $8{,}4 \cdot x = 0$,
$x = 0$.

б) $8{,}4 \cdot (x - 4) = 0$,
$x - 4 = 0$,
$x = 4$.

в) $|x - 4{,}3| = 0$,
$x - 4{,}3 = 0$,
$x = 4{,}3$.

г) $|x + 3{,}5| \cdot 4{,}2 = 0$,
$x + 3{,}5 = 0$,
$x = -3{,}5$.

д) $(x - 2{,}5) \cdot 8 = 0$,
$x = 2{,}5 \cdot 8$,
$x = 20$.

е) $|x - 2{,}5| \cdot 6 = 0$,
$|x - 2{,}5| = 0$,
$x = |2{,}5|$.

## 10.2. СТЕПЕНЬ

**Задача 1.** Найдите площадь квадрата, сторона которого равна 3,5 см; 0,9 дм.

**Задача 2.** Найдите объем куба, ребро которого равно 0,8 см; 14 дм; 1,4 дм.

Возведение в степень положительных чисел рассмотрено в пункте 3.4. Как быть в том случае, если основание степени является отрицательным числом?

Рассмотрим возведение в степень отрицательных чисел. Будем возводить в разные степени число $-2$.

$(-2)^1 = -2$;
$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$;
$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$.
$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$;
$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$.

Видим, что при возведении числа $-2$ в четную степень выходит положительное число, а при возведении в нечетную степень — отрицательное число. Очевидно, что такую же очередность знаков получим и при возведении в степень какого-либо отрицательного числа.

**Задача 3.** Найдите значение степени:

а) $(3{,}2)^2$; $(0{,}8)^2$; $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; $\left(\frac{3}{7}\right)^2$; $\left(4\frac{2}{5}\right)^2$; $(0{,}5)^3$; $(0{,}5)^2$; $\left(1\frac{1}{3}\right)^2$;

б) $(0{,}4)^2$; $(0{,}4)^3$; $(-0{,}3)^2$; $(0{,}3)^2$; $(-4)^2$; $(-4)^3$; $-(4)^4$; $-(0{,}7)^2$;

в) $(-0{,}6)^2$; $(0{,}6)^3$; $(0{,}2)^2$; $(-0{,}2)^3$; $(-0{,}2)^2$.

**Задача 4.** Заполните таблицу 35.

*Таблица 35*

| $a$ | 3 | −3 | 4 | −4 | 0,1 | −0,1 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a^2$ | | | | | | | 25 | −25 | |
| $a^3$ | | | | | | | | | −8 |

Сформулируем правило.

*Четная степень отрицательного числа положительна. Нечетная степень отрицательного числа отрицательна.*

Проверьте, верно ли выполнено возведение в степень:

а) $2^3 = 8$;

б) $(-2)^3 = -8$;

в) $(-2)^4 = -16$;

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$;

д) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{4}{27}$;

е) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{81}$.

## 10.3. ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНОЕ, СОЧЕТАТЕЛЬНОЕ И РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВА УМНОЖЕНИЯ

**Задание 1.** Проверьте справедливость переместительного свойства умножения $a \cdot b = b \cdot a$:

а) при $a = -2{,}5$; $b = -4$;

б) при $a = -1{,}6$; $b = 6$;

в) при $a=14$; $b=-1{,}5$;

г) при $a=-1{,}57$; $b=-1$.

**Задание 2.** Проверьте справедливость сочетательного свойства умножения $(ab)c=a(bc)$:

а) при $a=2$; $b=-0{,}5$; $c=-4$;

б) при $a=-\frac{1}{2}$; $b=-6$; $c=2{,}5$;

в) при $a=-4$; $b=1{,}5$; $c=-3$;

г) при $a=-3{,}6$; $b=-2$; $c=-0{,}5$.

**Задание 3.** Проверьте справедливость распределительного свойства умножения $(a+b)c=ac+bc$:

а) при $a=-1{,}6$; $b=-1{,}4$; $c=1{,}5$;

б) при $a=-2{,}7$; $b=-1{,}3$; $c=-5$;

в) при $a=5{,}7$; $b=1{,}3$; $c=-6$;

г) при $a=-4{,}5$; $b=1{,}4$; $c=2$.

Решив эти задания, убеждаемся, что свойства умножения для положительных чисел подтверждаются и при умножении отрицательных чисел.

Умножение положительных и отрицательных чисел имеет переместительное, сочетательное, распределительное свойства.

## 10.4. КОЭФФИЦИЕНТ

Числовой множитель буквенного выражения называют *коэффициентом*. Например, коэффициентом выражения $-4{,}5x$ является число $-4{,}5$. Если произведение содержит несколько числовых множителей, то, чтобы найти коэффициент, нужно перемножить их.

Например, коэффициент выражения $0{,}4x(-5y)$ равен $-2$, т. к. $0{,}4x(-5y)=-2xy$. Считают, что коэффициент выражения $ab$ единица, поскольку $ab=1\cdot ab$.

**Задание 1.** Сторона квадрата равна $a$. Найдите периметр квадрата.

**Задание 2.** Упростите выражение:

а) $3\text{ кг}+7{,}5\text{ кг}-6{,}5\text{ кг}$;
$3\text{ ч}+7{,}5\text{ ч}-6{,}5\text{ ч}$;
$3a+7{,}5a-6{,}5a$;
$3x+7{,}5x-6{,}5x$;
$3xy+7{,}5xy-6{,}5xy$;

б) $3\text{ м}+1{,}3\text{ м}-2{,}5\text{ м}+3{,}7\text{ м}$;
$3\text{ м}-1{,}3\text{ кг}-2{,}5\text{ м}+3{,}7\text{ кг}$;
$3x-1{,}3y-2{,}5x+3{,}7y$;
$3xy-1{,}3a-2{,}5xy+3{,}7a$;
$3a-1{,}3b-2{,}5a+3{,}7b$.

Тут легко заметить, что, например, слагаемые $3x$; $7{,}5x$; $-6{,}5x$ имеют одинаковую буквенную часть, их можно прибавить, то есть $3x+7{,}5x-6{,}5x=4x$.

Слагаемые, отличающиеся друг от друга только числовыми коэффициентами, называются *подобными*.

Замену суммы $3x-7x+10x$ выражением $6x$ называют *приведением подобных слагаемых*.

Чтобы привести подобные слагаемые, нужно сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

**Задание 3.** Проверьте, верно ли упрощены выражения:

а) $x+x+2y+y=2x+3y$;
б) $x\cdot x\cdot x=3x$;
в) $-x-x-x-x=-4x$;
г) $(-x)\cdot(-x)\cdot(-x)=(-x)^3=-x^3$;
д) $-2x-3x=-5x$;
е) $(-2x)\cdot(-2x)\cdot(-2x)=-6x^3$.

## 10.5. ДЕЛЕНИЕ

Деление можно рассматривать как действие, обратное умножению. Разделить одно число на другое — означает найти такое число, которое после умножения на делитель даст в произведении делимое:

$$a:b=c, \text{ если } b\cdot c=a.$$

На основании этого определения выведем правило деления для рациональных чисел. Прежде всего условимся, что делитель не может быть нулем. Деление на нуль исключается по той же причине, по которой оно было исключено при делении положительных чисел.

Пользуясь определением действия деления, выполните задания.

**Задание 1.** Какое число нужно умножить на $-9$, чтобы получить $-18$?

**Задание 2.** Какое число нужно умножить на $-9$, чтобы получить 18?

**Задание 3.** На какое число нужно умножить $-9{,}857$, чтобы получить $-9{,}857$?

**Задание 4.** На какое число нужно умножить $-8{,}75$, чтобы получить $8{,}75$?

**Задание 5.** На какое число нужно умножить $-7{,}459$, чтобы получить 0?

В каждом из этих заданий нужно решить уравнение.

Задание 1. $x\cdot(-9)=-18$,
$x=(-18):(-9)=2$, т. к. $2\cdot(-9)=-18$.

Задание 2. $y\cdot(-9)=+18$,
$y=18:(-9)=-2$, т. к. $(-2)\cdot(-9)=18$.

Задание 3. $-9{,}857\cdot a=-9{,}857$,
$a=(-9{,}857):(-9{,}857)=1$, т. к. $(-9{,}857)\cdot 1=-9{,}857$.

Задание 4. $-8{,}75\cdot b=8{,}75$,
$b=8{,}75:(-8{,}75)=-1$, т. к. $(-8{,}75)\cdot(-1)=8{,}75$.

Задание 5. $-7{,}459\cdot c=0$,
$c=0:(-7{,}459)=0$, т. к. $(-7{,}459)\cdot 0=0$.

Рассмотрите записи и объясните способ решения уравнений:

а) $7x=42{,}7$;
$x=42{,}7:7$;
$x=6{,}1$.

Проверка
$7\cdot 6{,}1=42{,}7$;
$42{,}7=42{,}7$.

б) $4x=-12{,}4$;
$x=-12{,}4:4$;
$x=-3{,}1$.

Проверка
$4\cdot(-3{,}1)=-12{,}4$;
$-12{,}4=-12{,}4$.

в) $-4x=-48$;
$x=(-48):(-4)$;
$x=12$.

Проверка
$-4\cdot 12=-48$;
$-48=-48$.

При каких условиях частное является положительным числом?

При каких условиях частное является отрицательным числом?

*Частное двух чисел с одинаковыми знаками — число положительное.*

*Частное двух чисел с разными знаками — число отрицательное.*

*Чтобы найти модуль частного, нужно модуль делимого разделить на модуль делителя.*

Проверьте, верно ли выполнено деление:

а) $(-18):(-4{,}5)=4$; б) $(-8{,}4):0{,}3=28$;
в) $-18:(4{,}5)=-4$; г) $-8{,}4:(-0{,}3)=-28$;
д) $18:(-4{,}5)=4$; е) $-12{,}8:(-4)=3{,}2$.

Рассмотрите записи:

$0:(-0{,}8)=x$;
$(-0{,}8)\,x=0$;
$x=0$.

$-0{,}8:0=y$;
$0y=0$ — всегда;
$0y\neq -0{,}8$.

*При делении нуля на любое число, не равное нулю, получаем нуль. Делить на нуль нельзя.*

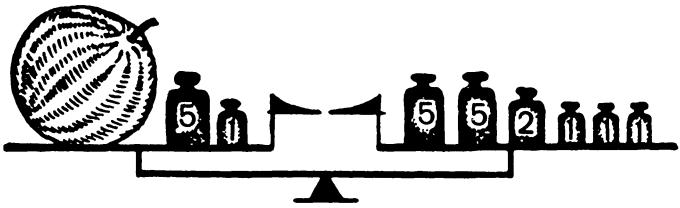
## 10.6. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА УРАВНЕНИЙ

Рассмотрите рисунок 124. Чтобы найти массу арбуза, составим уравнение:

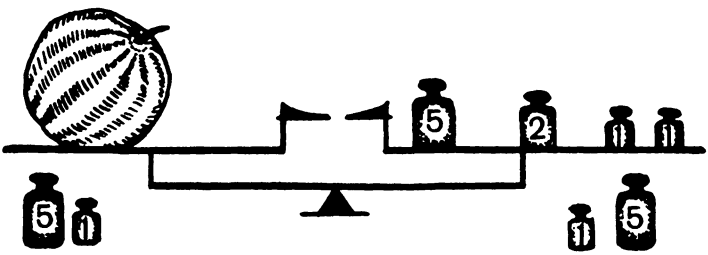
$$x+6=15.$$

Снимем с обеих чашек гири массой 6 кг,

$$(x+6)-6=15-6,$$
$$x=15-6$$
$$x=9.$$




*а*




*б*

Рис. 124

Уравнение $x+6=15$ можно решить иначе. Прибавив к обеим частям уравнения $-6$, получим уравнение:

$$(x+6)+(-6)=15+(-6),$$
$$x+6-6=15-6,$$
$$x=9.$$

Роман и Богдан составили уравнение по рисунку 125, а потом решили его.

Решение Богдана

$5x=2x+5+1,$
$5x-2x=2x+6-2x,$
$3x=6,$
$x=2.$

Проверка
$5\cdot 2=2\cdot 2+6$
$10=10$

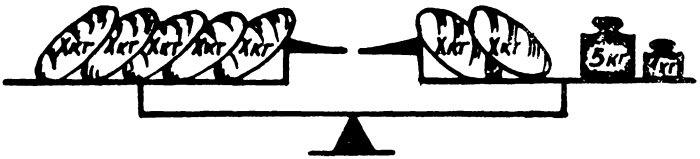



Рис. 125

Решение Романа

$5x=2x+6,$
$5x+(-2x)=2x+6+(-2x),$
$3x=6,$
$x=2.$

Проверка

$5\ 2=2\cdot 2+6$
$10=10$

**А как бы вы решили эту задачу? Объясните каждый способ решения задачи.**

**Можем сделать важный вывод:**

***Если к обеим частям уравнения прибавить или от обеих частей уравнения отнять одно и то же число или выражение, содержащее неизвестное, то получим верное уравнение.***

**Вернемся к уравнению, составленному по рисунку 124. Сравним первое уравнение с третьим. Сделаем вывод:**

***Слагаемые можно переносить из одной части уравнения в другую, меняя при этом их знаки на противоположные.***

**Уравнение** $\frac{5x+4}{3}=-2$ **ученики решили двумя способами.**

Первый способ

$\frac{5x+4}{3}=-2,$
$\frac{5x}{3}+\frac{4}{3}=-2,$
$\frac{5}{3}x=-2-\frac{4}{3},$

Второй способ

$\frac{5x+4}{3}=-2,$
$3\cdot\frac{5x+4}{3}=-2\ 3,$
$\frac{3\cdot(5x+4)}{3}=-2\cdot 3,$

$\frac{5}{3}x = -3\frac{1}{3}$,

$x = \left(-\frac{10}{3}\right) : \frac{5}{3}$,

$x = -2$.

$5x + 4 = -6$,

$5x = -6 - 4$,

$5x = -10$,

$x = -2$.

Каким способом решили бы это уравнение вы?

*Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля, то новое уравнение останется верным.*

Мы вывели важные свойства уравнений, которыми удобно пользоваться во время их решения.

### Вопросы для самопроверки и повторения

**1.** Сформулируйте правило умножения рациональных чисел.

**2.** Когда $ab = 0$?

**3.** Сформулируйте правило возведения отрицательного числа в степень.

**4.** При каких условиях $ab = 1$?

**5.** Сформулируйте переместительное, сочетательное и распределительное свойства умножения.

**6.** Какие из четырех арифметических действий с натуральными числами всегда возможны? С целыми числами? С рациональными числами?

**7.** Дайте определение коэффициента.

**8.** Что значит «привести подобные слагаемые»?

**9.** Какие слагаемые называются подобными?

**10.** Сформулируйте правило деления рациональных чисел.

**11.** Существует ли число, равное обратному ему числу?

**12.** Какое число не имеет обратного числа?

**13.** Что больше:

а) $a$ или $a^2$; б) $a$ или $-a^2$; в) $a$ или $2a$;

г) $a$ или $\frac{1}{a}$; д) $a$ или $\frac{a}{2}$; е) $a+b$ или $a-b$?

**14.** Сформулируйте основные свойства уравнений.

**15.** Как влияет на произведение изменение знака одного из множителей?

**16.** Сформулируйте правило перенесения слагаемых из одной части уравнения в другую.

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 10.1

**797.** Уровень воды в реке меняется каждые сутки на $a$ дм. Как изменится уровень воды в реке через трое суток, если $a=2$; $a=-2{,}5$?

**798.** Уровень воды в реке меняется каждые сутки на $a$ дм. Каким был уровень воды трое суток тому назад, по сравнению с данным при $a=1{,}5$; $a=-2$?

**799.** Выполните умножение:

а) $(+7)\cdot(-3{,}2)$;
б) $(-1{,}6)\cdot(2{,}5)$;
в) $5\cdot(-1)$;
г) $(-7)\cdot(+3{,}2)$;
д) $(+2{,}2)\cdot(-8)$;
е) $(-2{,}3)\cdot 0$;
ж) $(-1{,}4)\cdot(-6)$;
з) $\left(-1\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$;
и) $0\cdot(-4{,}6)$.

**800.** Запишите в виде произведения сумму:

а) $+4{,}1+4{,}1+4{,}1+4{,}1$;
б) $x+x+x+x+x$;
в) $(-3{,}2)+(-3{,}2)+(-3{,}2)+(-3{,}2)$;
г) $-x-x-x-x-x$;
д) $-5{,}2-5{,}2-5{,}2-5{,}2-5{,}2$;
е) $5x+5x+5x+5x$.

**801.** Решите уравнение:

а) $6{,}7\cdot x=0$;
б) $1{,}5\cdot(34-x)=0$;
в) $|x-3|\cdot 3{,}5=0$;
г) $x\cdot 4{,}5=0$;
д) $(x-2)\cdot 3{,}8=0$;
е) $|x+3|\cdot 4{,}3=0$.

**802.** Когда температура воздуха увеличивается на 1 °С, ртутный столбик термометра поднимается на 3 мм.

На сколько изменится высота ртутного столбика, если температура воздуха изменится:

а) на $+12$ °С; б) на $-7$ °С;
в) на $+4$ °С; г) на $-8{,}5$ °С?

**803.** Найдите произведение:

а) $\left(\frac{4}{15}\right)\cdot\frac{5}{8}$; б) $\left(-\frac{3}{8}\right)\cdot\left(-\frac{64}{21}\right)$;

в) $-\frac{16}{21}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$; г) $\frac{34}{15}\cdot\left(-\frac{6}{17}\right)$;

д) $60\cdot\left(-\frac{4}{15}\right)$; е) $-1\cdot\frac{13}{19}$;

ж) $\frac{18}{19}\cdot(-1)$; з) $-\frac{20}{27}\cdot(-1)$.

**804.** Найдите произведение. Какое из произведений наибольшее?

а) $-4\frac{1}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\left(-3\frac{1}{3}\right)$;

б) $3\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot1\frac{1}{2}$;

в) $(-0{,}4)\cdot\left(-3\frac{1}{2}\right)\cdot(-2{,}5)$;

г) $\left(6\frac{2}{3}\right)\cdot(-0{,}24)\cdot\left(-1\frac{2}{3}\right)$;

д) $(0{,}6)\cdot(-2{,}5)\cdot\left(-3\frac{2}{9}\right)$.

**805.** Найдите значение выражения:

а) $\left(-2\frac{12}{17}\cdot\frac{2}{3}\right)\cdot(-0{,}4)$;

б) $\left(-\frac{4}{7}\right)\cdot\left(3\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{4}\right)$;

в) $\frac{5}{21}\cdot\left(-\frac{14}{15}\cdot4\frac{1}{5}\right)$;

г) $\left(-3\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-2\frac{11}{12}\right)\cdot(-0{,}3)$;

д) $3{,}4\cdot\left(-4\frac{7}{8}\right)\cdot\frac{5}{17}$.

**806.** Выполните действия:

а) $-6\frac{1}{4}\cdot(-0{,}16)+2{,}48\cdot(-2{,}5)\cdot 2\frac{2}{5}$;

б) $8\frac{1}{5}\cdot 2\frac{1}{12}\cdot(-0{,}6)-19{,}68\cdot\left(-\frac{5}{12}\right)$;

в) $6{,}5\cdot\left(-\frac{4}{13}\right)+2{,}45\cdot(-4{,}2)+5{,}64$;

г) $2{,}7-5{,}26\cdot\left(-\frac{3}{35}\right)+14{,}56\cdot\left(-\frac{5}{26}\right)$;

д) $-3{,}2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)+3{,}64\cdot(-3{,}5)\cdot\frac{5}{14}$.

**807.** Упростите выражение:

а) $\frac{9}{16}\cdot\left(\frac{8}{27}y+5\frac{1}{3}\right)-\frac{4}{5}\cdot\left(2\frac{1}{4}y+4\frac{1}{7}\right)$;

б) $\frac{2}{9}\cdot\left(12x-4\frac{1}{2}\right)+\frac{6}{13}\cdot\left(2\frac{1}{6}x-5\frac{1}{5}\right)$;

в) $1\frac{4}{9}\cdot\left(1\frac{5}{13}-9k\right)+\frac{5}{7}\cdot\left(1{,}4k-5{,}6\right)$;

г) $\frac{4}{15}\cdot\left(3\frac{3}{4}+\frac{5}{8}m\right)-\frac{3}{10}\cdot\left(6\frac{2}{3}m+\frac{5}{6}\right)$;

д) $\frac{5}{8}\cdot\left(12a-2\frac{2}{3}\right)+\frac{7}{15}\cdot\left(2\frac{1}{7}a-2\frac{1}{6}\right)$.

**808.** Найдите число, противоположное корню уравнения и обратное ему:

а) $\frac{x}{-2{,}5}=-8$; б) $\frac{x-3}{-1{,}5}=6$.

**809.** Найдите произведение всех целых решений неравенства:

а) $\frac{|x|}{-4}<-0{,}5$; б) $\frac{|x|-3}{-2{,}4}<\frac{1}{2}$.

**810.** В каком из приведенных случаев произведение равно одному из множителей:

а) $-28{,}48 \cdot 0$; б) $0{,}02 \cdot (-2)$;

в) $-13{,}48 \cdot 1$; г) $-12{,}48 \cdot (-1)$.

## К пункту 10.2

**811.** Сравните:

а) $2^2$ и $2^3$, $(-2)^2$ и $(-2)^3$, $(0{,}5)^3$ и $(0{,}5)^2$, $(0{,}5)^2$ и $(-0{,}5)^2$;

б) $(-2)^2$ и $2^2$, $(-2)^3$ и $2^2$, $(0{,}5)^3$ и $(-0{,}5)^2$, $(-0{,}5)^2$ и $(-0{,}6)^2$;

в) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{4}\right)^3$, $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$ и $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$, $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$ и $\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$, $(-2{,}1)^2$ и $2{,}1^3$.

**812.** Упростите запись, пользуясь показателями степени:

а) $2 \cdot 2 \cdot 2$, $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$, $(-0{,}4) \cdot (-0{,}4) \cdot (-0{,}4)$;

б) $x \cdot x \cdot x$, $x \cdot x \cdot x \cdot x$, $x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$, $x \cdot x \cdot y \cdot x \cdot y$.

**813.** Какие из неравенств верные?

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^3$, $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 < \left(\frac{1}{3}\right)^2$, $(1{,}2)^2 < (1{,}2)^3$, $(-0{,}4)^2 > (-0{,}4)^3$;

б) $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 < \left(\frac{1}{4}\right)^3$, $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 > \left(-\frac{4}{5}\right)^3$, $\left(-1\frac{1}{4}\right)^2 < \left(1\frac{1}{4}\right)^2$, $(-0{,}1)^2 > (0{,}1)^3$.

**814.** Между какими целыми числами находится число:

а) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$, $\left(-\frac{7}{4}\right)^2$, $\left(\frac{9}{4}\right)^2$, $\left(\frac{4}{3}\right)^3$, $\left(-\frac{6}{5}\right)^2$, $\left(\frac{4}{3}\right)^3$;

б) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$, $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$, $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2$, $\left(-3\frac{1}{2}\right)^2$, $(-1{,}6)^2$, $(-2{,}5)^2$?

**815.** Поставьте вместо звездочек цифры так, чтобы равенства были верными:

а) $1\ м = 10 * см$;
б) $1\ км = 10 * м$;
в) $1\ км = 10 * см$;
г) $1\ м^2 = 10 * см^2$;
д) $1\ км^2 = 10 * м^2$;
е) $1\ км^2 = 10 * см^2$;
ж) $1\ м^3 = 10 * см^3$;
з) $1\ км^3 = 10 * м^3$;
и) $1\ км^3 = 10 * см^3$.

**816.** Сколько кубических сантиметров содержится в кубическом метре?

**817*.** $1\ м^3$ разрезали на кубические сантиметры и положили их вплотную друг к другу в один ряд. Какой длины будет такой ряд?

**818.** Сколько секунд в 1 часе?

**819.** Найдите показатель степени:

а) $1\ т = 10^x\ кг$;
б) $1\ т = 10^n\ г$;
в) $1\ ц = 10^x\ г$;
г) $1\ ц = 10^m\ кг$;
д) $1\ кг = 10^n\ г$.

**820.** Найдите значение выражения:

а) $(-3)^2 + (4 \cdot 5)^2$;
б) $(-3)^2 + 4^2 \cdot \left(2\frac{1}{2}\right)^2$;
в) $(-3{,}7 - 6{,}3)^2 \cdot (0{,}1)^2$;
г) $(7^2 - 5^2) \cdot 3^2$;
д) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 2^2$;
е) $\left(-\frac{3}{8} - 1\frac{5}{8}\right)^2 - 3^2$;
ж) $(8{,}7 - 10{,}7)^2 + 4^2$;
з) $(4^3 - 8^2) - 2^3$.

**821.** Вычислите:

а) $\frac{4^2 \cdot 3^2}{2^4 \cdot 9} : \left(-\frac{3}{4}\right)^2$;

б) $\left(-3\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 : (-3)^3$;

в) $(4^3 - 9^2) \cdot \left(-\frac{3}{17}\right) + 4^2$;

г) $(-14 + 4)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 5$;

д) $\left(-3\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{7}\right)^2:(-3)^3$;

е) $5^3:5^2-5^2$;

ж) $(-3{,}9-6{,}1)^2\cdot(0{,}1)^2$;

з) $(15-24)^2:3^4$.

**822.** Сравните:

а) $2^3$ и $3^2$; б) $4^2$ и $2^4$; в) $4^3$ и $3^4$.

**823.** Вместо знаков «?» впишите пропущенные множители:

а) $a^3\ ?\ =a^7$; б) $-b^4\ ?\ =b^5$;

в) $3a^2\ ?\ =1{,}2a^5$; г) $?\cdot(4a^3)=6a$;

д) $12x^2y\ ?\ =-9x^3y^3$; е) $0{,}4x^2y^3\ ?\ =-2x^3y^3$.

## К пункту 10.3

**824.** Какой знак будет у произведения четырех множителей, если:

а) среди них только один отрицательный;

б) среди них два отрицательных;

в) среди них три отрицательных;

г) все четыре множителя отрицательные?

**825.** Каким будет произведение, если в нем:

а) четное число отрицательных множителей, а остальные — положительные множители;

б) нечетное число отрицательных множителей, а остальные — положительные множители?

**826.** Какой знак будет иметь произведение, если перемножить два противоположных числа?

**827.** Выполните действия наиболее удобным способом:

а) $(-2{,}5)\cdot(-0{,}93)\cdot(2)^2$;

б) $(9{,}4)\cdot(-0{,}75)\cdot\left(-1\frac{1}{3}\right)$;

в) $(-17{,}5)^2\cdot(-3{,}347)\cdot0\cdot(-0{,}453)$;

г) $15\frac{1}{3}\cdot\left(-16\frac{1}{9}\right)\cdot(-19)^3\cdot 0$;

д) $133\frac{1}{3}\cdot(-0{,}002)\cdot(-3)^2\cdot(-500)$;

е) $\left(-\frac{5}{10}\right)^2\cdot\left(-\frac{9}{10^2}\right)\cdot(-4)$;

ж) $(-0{,}9)\cdot(-0{,}5)^2\cdot 2^2$;

з) $(-34)\cdot(-6{,}7)\cdot 0\cdot(47{,}8)\cdot 12$;

и) $-17\frac{1}{2}\cdot 2\cdot(-0{,}5)^2\cdot(-4)$;

к) $-4^2\cdot(-0{,}002)\cdot 15\cdot 10^3$.

**828.** Раскройте скобки:

а) $(a-b+c)\cdot 8$;
б) $-2\cdot(a+b-c)$;
в) $-5\cdot(m-n+p)$;
г) $-2\cdot(a+b+4)$;
д) $a\cdot(b-c+d)$;
е) $-4\cdot(a+b-c)$;
ж) $-3\cdot(a-b+c)$;
з) $2\cdot(x-y-c)$;
и) $4\cdot(3-x+4)$;
к) $-6\cdot(x-y+c+d)$.

**829.** Решите уравнение:

а) $2(6x-7)=12{,}6$;
б) $3(4x-5)=21$;
в) $-2(3{,}7-x)=2{,}6$;
г) $-4(-x-1)=-4{,}8$;
д) $-3(-x+4{,}2)=-9$;
е) $-(-x+3{,}5)=-7{,}5$;
ж) $(x-4{,}8)\cdot 7=-14$;
и) $(-5{,}7-x)\cdot(-1)=2{,}5$.

**830.** Используя распределительное свойство, вычислите:

а) $47\cdot 15+53\cdot 15$;
б) $29\cdot 39-61\cdot 39$;
в) $9{,}2\cdot 16-34\cdot 9{,}2$;
г) $7{,}3\cdot 12-16\cdot 7{,}3$;
д) $11^2\cdot 23{,}6-121\cdot 13{,}6-121\cdot 5$;
е) $48{,}8\cdot 2{,}8+3{,}8\cdot 48{,}8$;
ж) $7\frac{1}{3}\cdot 40+19\frac{1}{3}\cdot 40-6\frac{2}{3}\cdot 40$;
з) $14{,}5\cdot 17-18\cdot 6{,}5-18\cdot 4{,}8$;
и) $5\cdot 23-25\cdot 13-16\cdot 25$;
к) $(0{,}3)^2\cdot 34-0{,}09\cdot 34+0{,}09\cdot 4$.

**831.** На координатной плоскости постройте прямоугольник, вершинами которого являются точки:

$A(-3;\ 1)$, $B(5;\ 1)$, $C(5;\ -4)$, $D(-3;\ -4)$. Вычислите периметр и площадь прямоугольника.

**832.** Докажите, что значение выражения $(a-8)\times\times(-4{,}5)-3\left(9-1\frac{1}{2}a\right)$ не зависит от $a$.

## К пункту 10.4

**833.** Упростите выражение и назовите коэффициент в каждом выражении:

а) $x+x+x+x+x$;
б) $xy+xy+xy+xy$;
в) $-x-x-x-x$;
г) $2x+3x+5x+x$;
д) $3x-5x+2x-12x$;
е) $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x$;
ж) $xy\cdot xy\cdot xy\cdot xy$;
з) $(-x)\cdot(-x)\cdot(-x)\cdot(-x)$;
и) $2x+5x-3x+6x-10x$;
к) $-3xy+7xy-9xy+2xy$.

**834.** Упростите выражение:

а) $x+x+y+y+x$;
б) $2x+3y+2y+3x+4x$;
в) $-(4x+6y)+5x+y$;
г) $-(6x-9y)+(6x-5y)$;
д) $x-x-y-y-y+2x$;
е) $5x-7y-5y-x-5x$;
ж) $-(3x-5y)-(7y-8x)$;
з) $-(-x+2y)-(-4x+y-x)$.

**835.** Решите уравнение:

а) $6x-4x=10{,}8$;
б) $-(-x+9)=12$;
в) $4(x-4{,}5)=12{,}8$;
г) $5x-6x=-3{,}4$;
д) $-(x-3{,}7)=-1{,}3$;
е) $3{,}1(x-5)=9{,}3$.

**836.** Сторона равностороннего треугольника равна $a$. Найдите периметр треугольника.

**837.** Запишите сумму в виде произведения:

а) $7xy+23xy+29xy+12xy$;
б) $-14xy+5xy-4xy-15xy$;
в) $-6x-7x-23x-12x$;
г) $-2x+(-6x)+(-8x)$.

**838.** Найдите значение выражения $3x+3x+3x+3x$, если $x=4{,}5$.

**839.** Найдите ошибки:

а) $7x-3y+6{,}5y-x=7+3{,}5y$;
б) $7{,}8x-4{,}8x=3$;
в) $14xy-xy=14$;
г) $x\cdot x\cdot x=3x$;
д) $4xy-y+3y=4x+3y$;
е) $2{,}4x-2x+3y=0{,}4x+3y$.

**840.** В каких равенствах приведение подобных слагаемых выполнено неверно (верно):

а) $-2{,}1x-3y-0{,}9x+3{,}2y=3x+0{,}2y$;
б) $2-x+y-3x-4y-5=-4x-3y-3$;
в) $3y+2x-3y+4=6y+2x+4$;
г) $7x-x-y=0$;
д) $8x-7x-x=0$;
е) $-5x+3x-7x+x=8x$;
ж) $-1{,}2x-0{,}8x+4x=6x$.

## К пункту 10.5

**841.** Найдите частное:

а) $-42:3$;
б) $65:(-13)$;
в) $-7{,}2:(-6)$;
г) $17{,}7:(-3)$;
д) $(-51):(-1{,}7)$;
е) $(-520):(-1{,}3)$;
ж) $-7{,}7:7$;
з) $-9{,}6:(-1{,}6)$;
и) $-47{,}5:47{,}5$;
й) $-8{,}7:2{,}9$;
к) $(-5{,}6):(-1{,}4)$;
л) $10{,}02:(-3)$.

**842.** Решите уравнение:

а) $-4x=56$; б) $-7x=84$;
в) $-3(-x)=-4{,}8$; г) $-0{,}1x=3$;
д) $-15x=7{,}5$; е) $-16x=-9{,}6$;
ж) $14{,}4=12x$; з) $10(x-3)=4$;
и) $-14x=8{,}4$; й) $-0{,}7x=-0{,}84$;
к) $169=1{,}3x$; л) $(x-5)\,4=-5{,}6$.

**843.** При каких целых отрицательных значениях $x$ верно неравенство:

а) $-7x<28$; б) $6x>24$?

**844.** Найдите значение выражения:

а) $-23{,}5:(-0{,}5)$; б) $-5{,}6:(-0{,}4)-4{,}9$;
в) $-6{,}5\,(0{,}4-4{,}5):5$; г) $2{,}3\,(-6-4):5$;
д) $-90{,}56:0{,}03$; е) $(-8-4{,}6):(-0{,}6)\cdot 1{,}5$;
ж) $-64-84:(-3{,}8+1{,}7)$;
з) $(-6+6{,}4-10):(-8)\cdot(-3)$.

**845.** Температура воздуха в пещере Оптимистическая (Тернопольщина) постоянная ($t°=11$ °С). В течение шести дней возле входа в пещеру измеряли температуру. Результаты измерения наиболее высокой и наиболее низкой температур записаны в таблице 36. Сравните ежедневную температуру воздуха в пещере со среднесуточной температурой ($T°$) возле входа в пещеру.

*Таблица 36*

| Дата | Наиболее низкая температура | Наиболее высокая температура | Средняя температура | $T°-t$ |
|---|---|---|---|---|
| 1.03 | −6 °С | +4 °С | | |
| 2.03 | −5 °С | +2 °С | | |
| 3.03 | −4 °С | 0 °С | | |
| 4.03 | −5 °С | +4 °С | | |
| 5.03 | −4 °С | +5 °С | | |
| 6.03 | 0 °С | +5 °С | | |

**846.** Заполните таблицу 37.

*Таблица 37*

| $a$ | 2 | $-3$ | $-1$ | $-\frac{3}{4}$ | 0 | 1,5 | 6 | $-6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a:(-3)$ | | | | | | | | |
| $-6:a$ | | | | | | | | |
| $\lvert a\rvert:(-3)$ | | | | | | | | |

**847.** Вычислите значение выражения $9:a-1{,}2$ при $a=-6$; $a=-0{,}3$; $a=-2$.

**848.** Решите уравнение:

а) $2x=7$;

б) $-3x=1\frac{1}{5}$;

в) $-0{,}8x=4$;

г) $14:x=-2$;

д) $3{,}6:x=-1{,}2$;

е) $-6{,}5:x=-13$;

ж) $-0{,}4x=-1\frac{1}{3}$;

з) $-5{,}2:x=1{,}3$;

и) $8\frac{2}{5}:x=-0{,}7$.

**849.** При каких значениях $x$ разность между выражениями $\frac{2x+5}{3}$ и $\frac{10x-1}{2}$ равна 1?

**850*.** Докажите, что значение выражения $(-3{,}5+a)\times$ $\times 4^2-3^2\cdot\left(-\frac{2}{3}+\frac{16}{9}a\right)$ не зависит от $a$.

**851*.** При каких значениях $x$ выражения $-8x+10$ и $-4x+2$ имеют одинаковые числовые значения?

**852.** При каких значениях $y$ выражение $(y+3)\cdot 0{,}5$ меньше выражения $0{,}4\,(y+3)$?

**853*.** Считают, что при углублении на каждые 30,5 м внутренняя температура Земли повышается на 1 °С. Если на глубине 5 м температура 15 °С, то:

а) какая температура будет на глубине 1,2 км;

б) какая температура будет на глубине $x$ м;

в) на какой глубине температура будет 25 °С?

**854.** Я задумал число и увеличил его в 5 раз, а затем уменьшил на 2,7, в результате получил $-21{,}7$. Какое число я задумал?

**855.** Я задумал число и увеличил его в 25 раз, а затем увеличил на 75 и уменьшил в 2,5 раза. В результате получил 130. Какое число я задумал?

**856.** Может ли сумма двух отрицательных чисел быть больше их частного?

**857.** Может ли произведение двух отрицательных чисел быть меньше их суммы?

**858.** Чему равно частное двух разных чисел, модули которых равны?

**859.** По данным схемам (рис. 126—127) составьте соответствующие уравнения и решите их.

**860.** Моторная лодка прошла по течению 59,2 км, а против течения 87,5 км. Сколько времени лодка была в пути, если ее собственная скорость 27,5 км/ч, а скорость течения 2,3 км/ч?

**861.** Периметр прямоугольника 0,5 м. Ширина его на 5 см меньше длины. Найдите площадь прямоугольника.

**862.** Два насоса могут наполнить бассейн за четыре часа. Второй насос наполняет бассейн за 12 часов. За какое время первый насос наполняет половину бассейна?

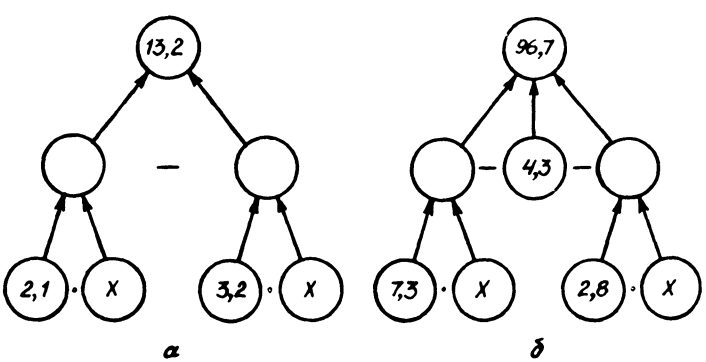



Рис. 126

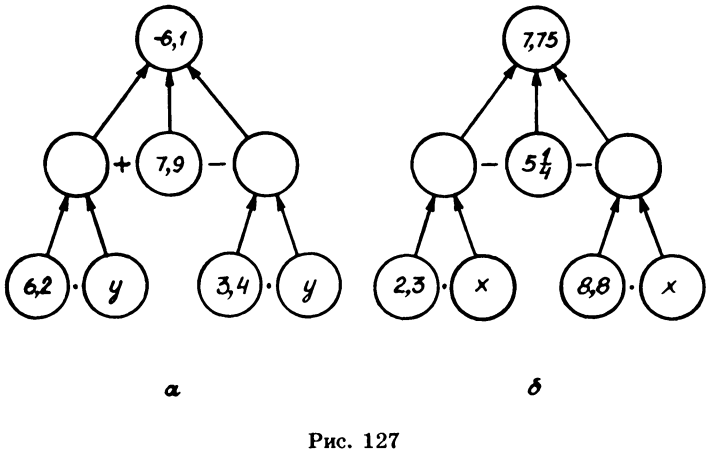



Рис. 127

**863.** Два велосипедиста, расстояние между которыми 40 км, выезжают навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. Через 3 ч расстояние между ними будет 50 км. Найдите скорость каждого велосипедиста.

**864.** Вычислите значение выражения $\frac{k-3}{1-k}$ при $k=-1$; $k=-0{,}2$; $k=2{,}5$; $k=-3$.

**865.** Решите уравнение:

а) $4x=0{,}32$; б) $-0{,}75x=-22{,}5$;

в) $12:x=6{,}06$; г) $\left(-\frac{3}{4}\right)x+2{,}5=-20$.

**866*.** Какое из выражений может иметь наименьшее (наибольшее) значение? При каких значениях $x$ оно его достигает? Определите наименьшее (наибольшее) значение каждого из выражений:

а) $|x-4|+3$; б) $\frac{|x+3|+6}{2}$; в) $\frac{6}{2+x}$;

г) $4-|x-3{,}5|$; д) $\frac{6+|x+3|}{2}$; е) $\frac{6}{|x-3|+2}$;

ж) $\frac{|x|+4}{2}$; з) $\frac{6}{|x|+2}$; и) $\frac{6}{2+(x-3)^2}$.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 12

**I вариант**

**1°.** Найдите произведение: $\left(-10{,}3-6\frac{3}{4}\right)\cdot(3-3{,}5)$.

**2°.** Найдите частное:

а) $(26{,}2-30{,}5):\left(\frac{1}{2}\right)$;

б) $\left(-40{,}3+2\frac{1}{2}\right):(-0{,}5)$.

**3°.** Вычислите значение выражения $a^3-2b^2$ при $a=-2$, $b=\frac{1}{2}$.

**4°.** Решите уравнение: $-3(5x-7)=12{,}9$.

**5°.** Найдите площадь полной поверхности и объем куба, ребро которого равно 0,3 дм.

**6.** Найдите произведение частных:

$(16{,}2-30{,}5):\left(\frac{1}{2}\right)$ и $\left(-30{,}4+2\frac{1}{2}\right):(-0{,}5)$.

**7.** Найдите значение выражения $x^3-3y^2$ при $x=-3$, $y=-\frac{1}{3}$.

**8.** При каком значении $m$ выражение $1{,}2\cdot(2m+1)$ равно $-9{,}6$?

**9.** Докажите, что значение выражения $(-8+x)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)-3{,}5\cdot\left(4-\frac{3}{7}x\right)$ не зависит от $x$.

**10.** 1 м$^3$ разрезали на кубические дециметры и положили их вплотную друг к другу в один ряд. Какой длины будет такой ряд?

**II вариант**

**1°.** Найдите произведение: $(-12{,}8+5{,}9)\cdot\left(-2{,}3-2\frac{7}{10}\right)$.

**2°.** Найдите частное:

а) $\left(-28{,}4-5\frac{2}{5}\right):(-0{,}1)$;

б) $\left(28\frac{3}{5}-30{,}1\right):(-0{,}3)$.

**3°.** Вычислите значение выражения $a^3-2b^2$ при $a=-1$; $b=0{,}1$.

**4°.** Решите уравнение: $-2(7-2x)=-7{,}6$.

**5°.** Найдите площадь полной поверхности и объем куба, ребро которого равно 0,4 дм.

**6.** Найдите произведение частных $\left(-18{,}4-3\frac{2}{5}\right):(-0{,}1)$ и $\left(-18\frac{3}{5}\quad 20{,}1\right)\quad(-0{,}3)$.

**7.** Найдите значение выражения $\frac{1}{3}x^3+y^2$ при $x=-3$, $y=-\frac{2}{3}$.

**8.** При каком значении $y$ выражение $-3(1{,}5y-5)$ равно $-12$?

**9.** Докажите, что значение выражения $-0{,}8(y-4{,}5)-\frac{3}{4}\left(-12-1\frac{1}{15}y\right)$ не зависит от $y$.

**10.** 1 дм$^3$ разрезали на кубические сантиметры и положили их вплотную друг к другу в один ряд. Какой длины будет такой ряд?

## *ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ*

### К пункту 10.6

**867.** Решите уравнение:

а) $x+10=-6$;
б) $x-1{,}5=-4{,}5$;
в) $10-x=-4$;
г) $-2{,}5-y=2{,}7$;
д) $x+3{,}5=-3{,}8$;
е) $y-3{,}9=-20$;
ж) $-2-y=36$;
з) $-4+3{,}5=-x$;
и) $-x+3{,}4=-1{,}6$;
й) $-y-1=-4\frac{3}{4}$;

к) $-y+2\frac{3}{4}=-1\frac{5}{6}$;  л) $-y+4{,}9=-3\frac{3}{4}$;

м) $x-34{,}9=34{,}5$;  н) $30{,}2-(x-18{,}5)=50$;

о) $3{,}67-(-x+12{,}6)=30$.

**868.** Заполните таблицу 38. Найдется ли такое значение $x$, при котором оба выражения будут иметь равные значения?

*Таблица 38*

| $x$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 2,5 | 1,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $4x-5$<br>$2x+9$ | | | | | | | | |

**869.** Заполните таблицу 39. Найдется ли такое значение $x$, при котором оба выражения будут иметь одинаковые значения?

*Таблица 39*

| $x$ | 1 | 1,5 | 0,5 | 0 | $-0{,}5$ | $-2$ | $-2{,}05$ | $-3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+4$<br>$x-1{,}5$ | | | | | | | | |

**870.** Заполните таблицу 40. Найдется ли такое значение $x$, при котором оба выражения будут иметь одинаковые значения?

*Таблица 40*

| $x$ | $-2$ | $-1{,}5$ | $-0{,}5$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2(x-1{,}5)$<br>$2x-3$ | | | | | | | |

**871.** Составьте уравнение по рисунку 128 и решите его, считая, что бутылка с кефиром в два раза тяжелее, чем пустая.

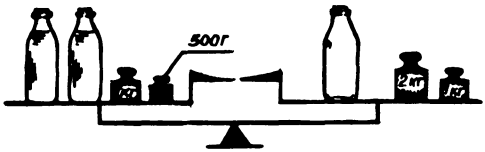



Рис. 128

**872.** Решите уравнение:

а) $12{,}3-(x+8{,}7)=6{,}9$;
б) $124-(38{,}6-x)=121{,}2$;
в) $13{,}6-(-2{,}8-x)=10-2x$;
г) $17{,}2-(x+4{,}8)=6-1{,}9$;
д) $12{,}3+x=+x+7$;
е) $124-x=2\cdot(62{,}3-0{,}5x)$;
ж) $(x-3)\cdot(4-x)=0$;
з) $(3{,}6-x)\cdot(x+2)=0$.

**873*.** Найдите натуральные решения уравнения $(x-3)\cdot(x+4)=0$.

**874*.** Найдите сначала целые, а затем рациональные решения уравнения $(x-5)\,(x+4)\,(x-0{,}4)=0$.

**875.** Найдите произведение корней уравнений $(-5{,}5)\,x=11$ и $(-0{,}6)\cdot\left(-1\frac{2}{3}\right)y=-8{,}8$.

**876.** У какого из уравнений корень равен нулю:

а) $0{,}3x-6=6-0{,}3x$; б) $6+0{,}3x=0{,}3x-6$;
в) $0{,}6x+3=3-0{,}6x$; г) $3-0{,}6x=-3-0{,}6x$.

**877.** Решите уравнение:

а) $\frac{x}{4}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$; б) $\frac{x}{3}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$;

в) $\frac{3x}{5}+\frac{1}{2}=-2{,}5$; г) $-\frac{3x}{5}-\frac{1}{2}=-3{,}5$;

д) $1-\frac{3x}{4}=-0{,}5$; е) $2-\frac{7x}{4}=-16$;

ж) $(-5)^2\cdot(x-0{,}01)=100$; з) $12^2\cdot(0{,}22-x)=144$.

**878.** Среднее арифметическое двух чисел 16,36. Одно из них в 3 раза больше другого. Найдите эти числа.

**879.** При каких значениях $x$ выражение $(8x-3{,}2)\times$ $\times(-9{,}2-x)$ равно 0?

**880.** Среднее арифметическое двух чисел 12,45 Одно из них в 4 раза больше другого. Найдите эти числа.

**881.** Решите уравнение:

а) $-13{,}5+17{,}2=x;$

$x+17{,}2=3{,}7;$

$-13{,}5+x=3{,}7;$

$-13{,}5-x=3{,}7.$

б) $-5\frac{3}{4}+3\frac{5}{6}=x;$

$-5\frac{3}{4}+x=1\frac{11}{12};$

$x+3\frac{5}{6}=1\frac{11}{12};$

$-x+3\frac{5}{6}=1\frac{11}{12}.$

в) $-7\frac{1}{2}-\left(-2\frac{1}{2}\right)=x;$

$x-\left(-2\frac{1}{2}\right)=10;$

$x+2\frac{1}{2}=10;$

$7\frac{1}{2}-x=10.$

г) $2\cdot7\frac{1}{2}+3\frac{5}{6}-7\frac{1}{2}-4\cdot3\frac{5}{6}=x;$

$2x+3\frac{5}{6}-x-4\cdot3\frac{5}{6}=-3;$

$2\cdot7\frac{1}{2}+y-7\frac{1}{2}-4y=-3;$

$2x+3\frac{5}{6}-7\frac{1}{2}-4\cdot3\frac{5}{6}=-3.$

д) $7x-24-9x+28=4;$
$7x-24-(9x-28)=4;$
$7x+28=4+24+9x;$
$7x-6x-9x+7x=4.$

е) $-7{,}1x+2{,}4+9x-2{,}8=-4{,}2;$
$-7{,}1x-2{,}8=-4{,}2-2{,}4-9x;$
$-7{,}1x+2{,}4=2{,}8-4{,}2-9x;$
$2{,}4-7{,}1x=2{,}8-9x-4{,}2.$

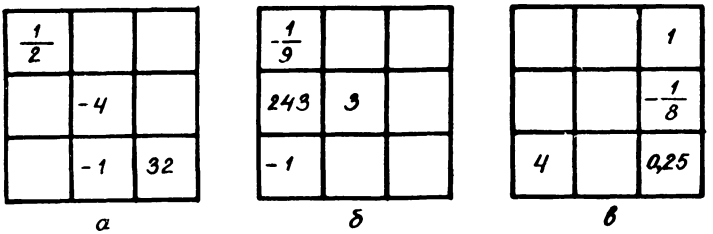



Рис. 129

**882.** Заполните пустые клеточки квадратов (рис. 129) числами так, чтобы произведение всех чисел на каждой вертикали, горизонтали и диагонали было равно одному и тому же числу. Найденные числа разместите в порядке возрастания их величины. Установите закономерность их размещения.

**883*.** Составьте уравнение по схеме на рисунке 130 и решите его.

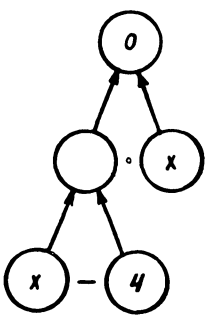



Рис. 130

**884*.** Составьте уравнение по схеме на рисунке 131 и решите его.

**885*.** Составьте по каждой схеме на рисунках 132—133 уравнения и решите их.

**886*.** Составьте по рисунку 134 выражение и найдите его значение.

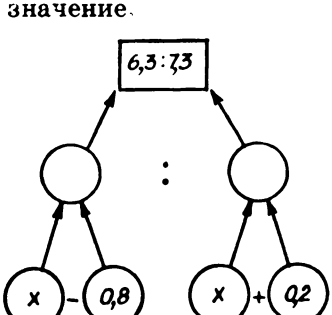



Рис. 131

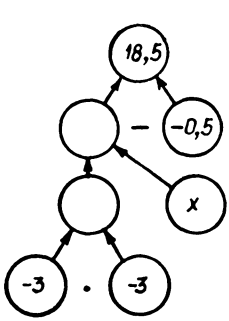



Рис. 132

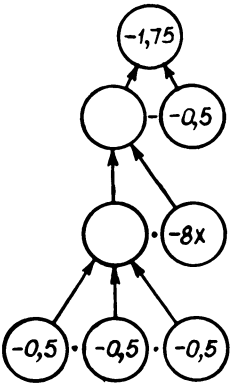



Рис. 133

**887.** Задуманное число умножили на $-4$. Произведение увеличили на 15. В результате получили $-41$. Какое число задумано?

**888.** Задуманное число умножили на $-3$. Произведение увеличили на 12. Найденную сумму разделили на 3 и к результату прибавили задуманное число. Обоснуйте, почему в результате всегда выходит 4.

**889.** На базу привезли 6 т яблок. 4 т отправили в магазин, а остальные — в восемь школьных буфетов поровну. Сколько килограммов яблок получил каждый школьный буфет?

**890.** Вертолет должен пролететь 450 км. Через 2 ч после вылета в связи с метелью он должен был сделать посадку, не долетев 130 км до назначенного места. С какой скоростью летел вертолет?

**891*.** Некоторые записи в отчетных документах оказались залитыми чернилами и имели вид, как на рисунке 135. Восстановите документальные записи.

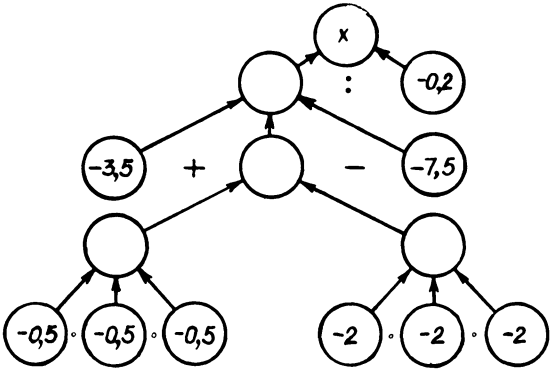



Рис. 134

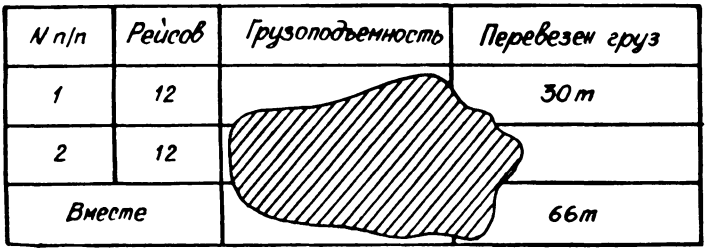



Рис. 135

**892.** Для изготовления фарфора берут 25 частей белой глины, 2 части песка. Сколько каждого из этих материалов нужно взять, чтобы приготовить 8,4 ц смеси, из которой изготавливают фарфор?

**893.** 40 т минеральных удобрений нужно распределить между тремя фермерами пропорционально площади пахотной земли каждого из них: 500 га, 450 га, 250 га. Сколько тонн минеральных удобрений должен получить каждый фермер?

**894*.** Некоторые записи в документах оказались залитыми чернилами и имели вид, как на рисунке 136. Восстановите записи, залитые чернилами.

**895.** Решите уравнение:

а) $3(2x-1)+7=5(x-1)+7$;

б) $|x|+3=5$;

в) $3{,}1(1-3y)+y=\frac{2}{5}(y-14)$;

г) $|x-1|=4$;

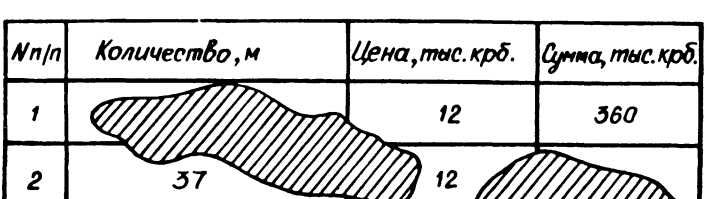



Рис. 136

д) $\frac{4}{5}(0{,}5-2x)=2x+0{,}4$;

е) $|x|-1=6$;

ж) $0{,}2(x-3)-1=0{,}5(x+3)-0{,}4$;

з) $|x-2|=5$;

и) $-5\left(y-\frac{7}{10}\right)=30-(2y+1)$;

й) $|x|-2=1$;

к) $-2(x+5)+3=2-3(x+1)$;

л) $|x-3|=1$;

м) $3(2x-1)+6x=10x-7$;

н) $-2+|x|=(-3)^2$;

о) $4x-2\left(x+3\frac{1}{2}\right)=2x-2\left(x-\frac{3}{2}\right)$;

п) $(-2)^2+|x|=(-2)^4$.

**896.** При каких значениях $x$ выражение $0{,}5x$ равно выражению $-2x+3$?

**897.** При каких значениях $x$ выражение $-8x+10$ и $-4x+2$ имеют одинаковые числовые значения?

**898.** При каких значениях $x$ выражение $1+4x$ больше выражения $8x$ на 0,5?

**899.** При каких значениях $x$ выражение $5x+4$ меньше выражения $x-6$ на 5?

**900.** При каких значениях $x$ выражение $3x-4$ больше выражения $2x-5$ в два раза?

**901.** При каких значениях $x$ разность между $3x+7$ и $-4$ равна $x-5$?

**902.** При каких значениях $x$ выражение $x-7$ равно сумме выражений $2x-3$ и $7-3x$?

**903.** При каких значениях $x$ произведение $4\cdot(x-0{,}5)$ равно сумме выражений $2x-3$ и $4-11x$?

**904.** При каких значениях $x$ разность между выражениями $x-3$ и $4-2x$ равна сумме выражений $x+5$ и $5-4x$?

**905.** Из двух станций, расстояние между которыми 556 км, одновременно отправились навстречу друг другу два поезда. Через какое время расстояние между ними будет 208,5 км, если скорость первого 67 км/ч, а второго — 72 км/ч?

Катя решила задачу так (рис. 137):

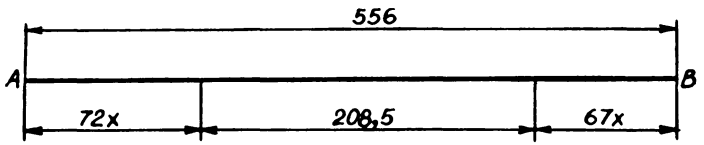



Рис. 137

$$556-(67x+72x)=208{,}5,$$
$$556-139x=208{,}5,$$
$$-139x=208{,}5-556,$$
$$-139x=-347{,}5$$
$$x=-347{,}5:(-139),$$
$$x=2{,}5\ (\text{ч}).$$

О т в е т. Расстояние 208,5 км между поездами будет через 2,5 ч.

Оксана решила задачу так (рис. 138):

$$(67x+72x)-556=208{,}5,$$
$$139x=556+208{,}5,$$

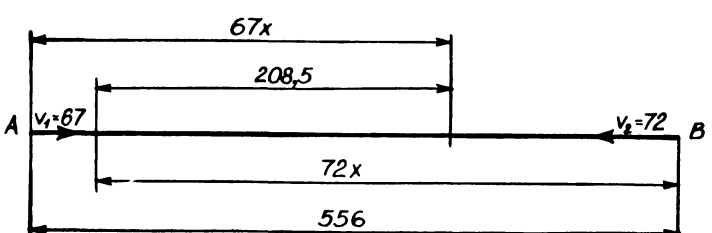



Рис. 138

$$139x = 764{,}5,$$
$$x = 764{,}5 : 139,$$
$$x = 5{,}5 \text{ (ч)}.$$

**Ответ.** Расстояние 208,5 км между поездами будет через 5,5 ч.

Кто из них прав? А как бы вы решили эту задачу? Объясните каждый из способов решения задачи.

**906.** Два поезда идут навстречу друг другу со скоростью 60 км/ч и 75 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 ч после встречи? Какое расстояние было между ними за 30 мин до встречи?

**907.** Два автомобиля едут навстречу друг другу со скоростью 60 км/ч и 70 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2,5 ч после встречи? Какое расстояние было между автомобилями за 0,5 ч до встречи? Решение задачи изобразите на рисунке.

**908.** Лодка прошла расстояние между двумя пристанями по течению за 4 ч, против течения то же расстояние — за 6 ч. Найдите расстояние между пристанями и собственную скорость лодки, если скорость течения 2,5 км/ч. Решение задачи изобразите графически.

**909.** Расстояние между катерами, которые движутся навстречу друг другу, 134 км. Скорость одного из них 31 км/ч, другого — 36 км/ч. Сколько часов тому назад расстояние между катерами было 335 км? Решение задачи изобразите на схеме.

**910.** Моторная лодка отправилась догонять плот, когда расстояние между ними было 14 км. Скорость плота 3 км/ч, а скорость моторной лодки 10 км/ч. Какое расстояние будет между ними через $t$ часов, если $t = 1$; 2; 3; $-1$; $-2$; $-0{,}5$; $-1{,}5$; $-3$? Решение задачи проиллюстрируйте схемой.

**911.** Отцу 32 года, а сыну 8 лет. Через сколько лет отец будет в три раза старше сына? Через сколько лет отец будет в 5 раз старше сына? Решив задачу с помощью уравнения, проверьте, удовлетворяет ли найденное решение условию задачи.

**912.** Вниз по Днепру отправились два плота. В начале движения один был на расстоянии 20 км от Киева, а второй 80 км от Киева. Скорость течения 2,5 км/ч. Через сколько часов: а) один из них будет в 3 раза дальше от Киева; б) один из них будет в 4 раза дальше от Киева; в) один из них будет в 5 раз дальше от Киева? Решив задачу с помощью уравнения, проверьте, удовлетворяет ли найденное решение условию задачи.

**913.** В одной цистерне было 100 т нефти, а в другой — 60 т. Из первой цистерны ежедневно брали по 5 т, а из второй по 2 т. Через сколько дней: а) в одной цистерне будет в 1,5 раза нефти больше, чем в другой; б) в одной цистерне будет в 2 раза больше нефти, чем в другой; в) в одной цистерне будет в 2,5 раза нефти больше, чем в другой? Решив задачу, проверьте, удовлетворяет ли найденное решение условию задачи.

**914*.** В 10 ч расстояние между катерами, плывущими в одном направлении, было 9 км. Скорость одного из них 30,5 км/ч, а второго 36,5 км/ч. В котором часу расстояние между ними было 6 км?

Проанализируйте приведенные решения задачи.

Р е ш е н и е 1 (рис. 139)

$$36{,}5t-(30{,}5t+9)=6,$$
$$36{,}5t-30{,}5t-9=6,$$
$$6t-9=6,$$
$$6t=6+9,$$
$$6t=15,$$
$$t=15:6,$$
$$t=2{,}5\ (\text{ч}).$$

О т в е т. 12 ч 30 мин.

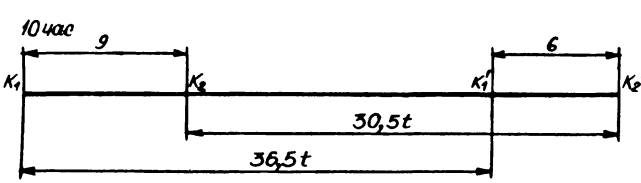



Рис. 139

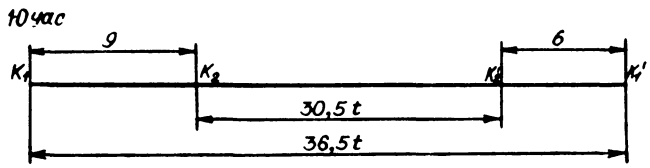



Рис. 140

**Решение 2** (рис. 140)

$$(30{,}5t+9)-36{,}5t=6,$$
$$30{,}5t+9-36{,}5t=6,$$
$$-6t+9=6,$$
$$-6t=6-9,$$
$$-6t=-3,$$
$$t=(-3):(-6),$$
$$t=0{,}5\ (\text{ч}).$$

**Ответ. 10 ч 30 мин.**

**Решение 3** (рис. 141)

$$(36{,}5t+9)-30{,}5t=6,$$
$$36{,}5t+9-30{,}5t=6,$$
$$6t+9=6,$$
$$6t=6-9,$$
$$6t=-3,$$
$$t=-3:6,$$
$$t=-0{,}5\ (\text{ч}).$$

**Ответ. 9 ч.**

А как бы вы решили эту задачу? Объясните кажд из этих решений.

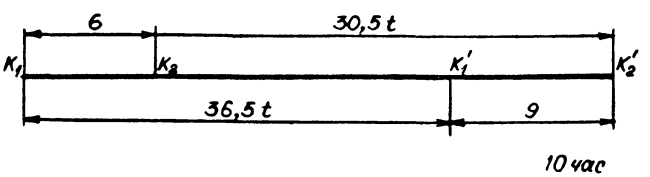



Рис. 141

**915*.** Из двух населенных пунктов выехали одновременно в одном направлении два велосипедиста. Скорость одного из них 20,3 км/ч, а другого 24,8 км/ч. Через сколько часов велосипедисты встретятся, если расстояние между пунктами 9 км? Через какое время между велосипедистами будет 4,5 км? Рассмотрите все возможные случаи. Решение задачи изобразите схемой.

**916*.** Моторная лодка прошла по реке определенное расстояние за 90 мин, а на обратный путь потратила 2,5 ч. Собственная скорость лодки 12 км/ч. Определите скорость течения реки, если туда и назад лодка прошла 44 км. Какое расстояние прошла лодка в одном направлении? Рассмотрите все возможные случаи. Решение задачи проиллюстрируйте схемой.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 13

### I вариант

**1°.** Решите уравнение:

а) $7{,}3-(5{,}3-x)=2{,}2$;
б) $-4(-x+7{,}1)=x+17{,}2$;
в) $5(7-3x)+7(2+2x)=0$.

**2°.** Среднее арифметическое двух чисел 16,36. Одно из них в 3 раза больше другого. Найдите эти числа.

**3°.** При каком значении $x$ выражение $-3(1{,}5-5x)$ будет равно $-12$?

**4.** Решите уравнение:

а) $4\frac{2}{7}\cdot(3x-6)\,3{,}5=0$;
б) $(x-3)(x+3)=0$;
в) $|x-3|=7$.

**5.** Стороны прямоугольного треугольника пропорциональны числам 3, 4 и 5. Его периметр равен 42 см. Найдите площадь этого треугольника.

**6.** При каких значениях $x$ выражение $3x-5{,}6$ больше выражения $x+2{,}4$ в два раза?

**II вариант**

**1°. Решите уравнение:**

а) $-(x+3{,}1)-17=-20{,}1$;
б) $12{,}4-2\,(x+4{,}3)=26{,}5$;
в) $8\,(3-2x)+5\,(3x+5)=9$.

**2°. Среднее арифметическое двух чисел 18,24. Одно из них в 5 раз меньше другого. Найдите эти числа.**

**3°. При каком значении $p$ выражение $5{,}4\,(5p-3)$ будет равным — 21,6?**

**4. Решите уравнение:**

а) $-8{,}1\,(12-3x)\,1\frac{2}{7}=0$;
б) $(x+4)\,(x-1{,}2)=0$;
в) $|x+4|=9$.

**5. В прямоугольном треугольнике одна из сторон на 1,4 см больше второй и на 1,4 см меньше третьей стороны. Его периметр равен 10,8 см. Найдите площадь этого треугольника.**

**6. При каких значениях $x$ разность $3x+10{,}2$ и $-7{,}3$ равна — 1,4?**

## 11. ПОВТОРЕНИЕ

### 11.1. УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

**917. Выполните действия:**

1) $(-5{,}2+46)\,(-0{,}5)^2$;
2) $(-27{,}45):(-1{,}2-1{,}7+5{,}9)^2$;
3) $8\,(-0{,}09):(-4)-5{,}4\,(-7)$;
4) $-28:\left(-0{,}7+2\frac{3}{4}-0{,}5\right)$;
5) $-10-(-15):3-12{,}7$;
6) $(-10)-15:0{,}5-12{,}7$;
7) $-5\cdot 2^2+(-4)^2$;
8) $(-2)^2\cdot 25-(-5)^2\cdot 4^2$;
9) $(-2)^2\cdot 2{,}5+10$;
10) $\left(-\frac{3}{4}\right)+(-2)^2\cdot 5$;

11) $\left(-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)^2+2\left(-\frac{3}{4}\right)^2$;

12) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}\right)^2$;

13) $\frac{0,2}{0,8+0,4}+\left(-\frac{1}{6}\right)$;

14) $\frac{3^2+1}{4}:(-0,5)$;

15) $1:\left(\frac{0,3-1}{7}\right)^2$;

16) $\left(8-1\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^2$;

17) $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)^2$;

18) $\left(-1+\frac{2}{3}\right)^2:\left(1-\frac{1}{2}\right)^2$;

19) $\left(1-\frac{2}{5}\right)\left(2-1\frac{1}{2}\right)^2$;

20) $\left(-1-\frac{4}{7}\right)\left(-2+1\frac{1}{2}\right)^2$.

**918.** Выполните действия:

1) $\left(0,5-\frac{1}{8}\right)(-2)^3-16\frac{1}{4}:(-4)^2$;

2) $\left(-\frac{1}{2}\cdot 0,75\right):(-3)+\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right):(-2)^2$;

3) $(5-(-2))(-0,2)^2+0,4-1,2:3$;

4) $8-(-4):(+0,4)+0,6-1,8:3$;

5) $(-4)(-1,6)+(-0,25)(-6)+\left(-4\frac{1}{20}\right)$;

6) $5:\left(-\left(-\frac{1}{12}\right):(-0,25)+\frac{1}{6}\right)+1\frac{1}{3}$;

7) $1+(4,24+(-1,2):(-0,6)):(-0,1)^2$;

8) $\left(5\frac{11}{25}+(-8,16:4)-(-1,48)-1,12\right):\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$;

9) $-12\frac{3}{80}+\left(-\frac{1}{5}\right)+(-0,5):(-0,8):(-2)^3$;

10) $3,56-(-7,92):11+(-2,51+1,26):(-1,25)$;

11) $-4\frac{3}{5}+6:(-1{,}5)+(5{,}2-0{,}2\cdot 6)$;

12) $-5\frac{2}{5}+8:(-1{,}6)+6-1{,}3\cdot 2^3$.

**919.** Раскройте скобки и упростите выра

1) $-5(4+a)-8$;
2) $3a(-a+2)$;
3) $7x-x\cdot(3-4a)$;
4) $-x+y\cdot(3x-5)-9x$;
5) $\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{4}{5}x-2\right)-4\cdot\left(2\frac{1}{2}x\right)$;
6) $\left(-1\frac{3}{5}x+\frac{2}{5}\right)-x\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{5}\right)$;
7) $-\frac{1}{2}(1{,}3x-1{,}1)-\frac{11}{20}$;
8) $-5x(-2+3x)$;
9) $-\frac{4}{5}\left(-2+\frac{3}{4}a\right)$;
10) $\left(1\frac{3}{4}a-2\frac{5}{6}\right)-\frac{1}{12}$.

**920.** Найдите значение выражения:

1) $2{,}4x+y$ при $x=2{,}5$; $y=-2{,}4$;
2) $8\frac{1}{2}x-y$ при $x=-0{,}5$; $y=1\frac{1}{2}$;
3) $3xy+4{,}5xy$ при $x=10$; $y=-1{,}5$;
4) $3xy-5{,}5xy$ при $x=6$; $y=1\frac{1}{3}$;
5) $5x-4\cdot(3-x)$ при $x=2^3$;
6) $x-3\cdot(x-2)$ при $x=3^2$.

**921.** Найдите значение выражения:

1) $|-3{,}2|+|-2{,}5|-|3{,}4|$;
2) $|-3{,}2|+|2{,}5|\cdot(-5)^2$;
3) $|-4{,}8|:|-1{,}2|-|-2{,}5|$;
4) $(-4)^2+6^2-8^2-24$;
5) $|-1{,}2|+3{,}6:0{,}9-2$;
6) $\left(\frac{4}{7}\right)^2-\left(-\frac{3}{7}\right)^2-5$;

7) $|-8|-2{,}5\cdot 10+2{,}75$;

8) $\frac{3}{5}-|-2{,}25|+4{,}5$.

**922.** Найдите ошибки в решениях примеров:

1) $12-15{,}6=12-(-15{,}6)=12+15{,}6=27{,}5$;
2) $4^2-2{,}5\cdot 4=8-100=-92$;
3) $50-2^3\cdot 5+4{,}5=42\cdot 10+4{,}5=420+4{,}5=424{,}5$.

**923.** Раскройте скобки и упростите выражения:

1) $(4x-3)-(3x-4)$;
2) $(5a-7)-(7a-5)$;
3) $(5x-4y+3)-(3x+y+2)$;
4) $(7x+9y-8)-(6x+9y-7)$;
5) $(1{,}2x-3{,}5x+2)-(0{,}2x-2{,}5y+2)$;
6) $(-3{,}7x+5{,}2y-4{,}3)+(-2{,}7x-3{,}2y-4{,}5)$;
7) $\left(-\frac{5}{11}x-\frac{7}{9}y+\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{21}{22}x-\frac{5}{18}y+\frac{1}{6}\right)$;
8) $\left(\frac{2}{15}-\frac{3}{11}+\frac{2}{7}\right)-\left(\frac{19}{30}-\frac{3}{11}-\frac{11}{35}\right)$.

**924.** Найдите значение выражения:

1) $-3\frac{1}{3}x\cdot(-0{,}9y)\cdot\frac{5}{12}$ при $x=2^3$; $y=10^2$;
2) $3{,}6xy\cdot\left(-1\frac{1}{14}\right)\cdot\frac{7}{15}$ при $x=\left(\frac{2}{3}\right)^2$; $y=4^2$;
3) $-6{,}4\left(-\frac{3}{4}a\right)\cdot\left(-1\frac{2}{3}b\right)$ при $a=\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $b=(-3)^3$.

**925.** Решите уравнение:

1) $-0{,}25+2{,}75=x$;
2) $x+2{,}75=2{,}5$;
3) $1\frac{13}{15}-\frac{7}{10}=x$;
4) $x-0{,}7=0{,}2$;
5) $0{,}7-x=1{,}2$;
6) $-0{,}5-x=1{,}2$;
7) $x-0{,}5=1{,}2$;
8) $x+0{,}5=1{,}2$;
9) $x+0{,}5=0{,}2$;
10) $x+0{,}5=-0{,}5$;
11) $(x+7)-10=12$;
12) $8-(x+5)=10$;
13) $0{,}5-(6+x)=12$;
14) $-0{,}5-(6+x)=-14$;

15) $23{,}5-x+11\frac{3}{4}=5$; 16) $6\frac{1}{3}+(x-0{,}5)=4{,}5$;

17) $0{,}5x+1{,}5-4{,}25=6$;

18) $8-3{,}5x+\frac{11}{10}x-x=9{,}5$;

19) $x+\left(\frac{11}{15}+1{,}4\right)=0{,}4$;

20) $\frac{4}{7}x-\left(3{,}5-\frac{11}{14}\right)=1{,}6$;

21) $x-(1{,}3-1{,}25x)=4$; 22) $8=3{,}5+4x$;

23) $3{,}5-2x=0{,}5+1{,}2$; 24) $10=8{,}5-x$;

25) $x:25=x$; 26) $\frac{x}{4}=\frac{4+x}{2}$;

27) $2{,}5:x=3:4$; 28) $7{,}5:4=x:4$;

29) $\frac{x-2}{4}=0{,}5$; 30) $3{,}5=\frac{14}{x-2}$;

31) $14-2\cdot(3{,}5-3x)=4$; 32) $12-4\cdot(x-1{,}2)=15$;

33) $7x-8=5x+4{,}5$; 34) $-x+12=6x-15$.

**926.** Решите уравнение:

1) $\frac{x}{-0{,}2}=15$; 2) $\frac{2{,}5}{x}=-0{,}5$;

3) $-\frac{3}{16}:x=-1\frac{2}{3}$; 4) $0{,}75x=-1{,}5$;

5) $3-(2x-1)+7=5\cdot(x-1)+7$;

6) $3{,}11-3x+x=0{,}4x-14$;

7) $0{,}8\cdot(0{,}5-2x)+x=2x+0{,}4$;

8) $0{,}2\cdot(x-3)-1=0{,}5\cdot(x+3)-0{,}4$;

9) $-5\cdot(y-7)=30-(2y+1)$;

10) $-2\cdot(y+1)+3=2-3\cdot(y+1)$;

11) $3\cdot(2x-1)+6x=10x-7$;

12) $4y-2\cdot(y+7)=2y-2\cdot(y-1)$;

13) $12:|x|-6{,}06=5{,}94$;

14) $-\frac{3}{4}|x|+2{,}5=-20$;

15) $|4x|=\frac{8}{15}$; 16) $4|x|=0{,}32$;

17) $-0{,}75|x|=-2{,}5$; 18) $\frac{-12}{|x|}=-0{,}06$.

**927.** Вычислите значение выражения

$(k-1) : (1-k)$ при $k=(-1)^2$; $k=-\frac{1}{4}$; $k=(-3)^2$; $k=2{,}5$; $k=\left(-\frac{2}{5}\right)^2$.

**928.** Вычислите значение выражений: $|a:b|$ и $|a|:|b|$, если:

1) $a=-42$ и $b=2{,}1$;
2) $a=60$ и $b=1{,}2$;
3) $a=-0{,}836$ и $b=0{,}92$;
4) $a=(-2)^3$ и $b=(-4)^2$.

**929.** Что больше и на сколько:

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ или $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$;
2) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$ или $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$;
3) $\left(-\frac{5}{3}\right)^3$ или $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$;
4) $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$ или $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$;
5) $\left(-\frac{4}{3}\right)^2$ или $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3$;
6) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$ или $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$;
7) $(-0{,}2)^2$ или $(-0{,}1)^2$;
8) $(-0{,}3)^2$ или $(-1{,}1)^2$;
9) $(-1{,}4)^2$ или $(-0{,}7)^3$;
10) $(-2{,}5)^3$ или $(-0{,}25)^2$?

**930.** Что больше и во сколько раз:

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ или $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$;
2) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ или $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$;
3) $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ или $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$;
4) $(-0{,}2)^2$ или $(0{,}3)^2$;
5) $(-1{,}1)^3$ или $(-1{,}2)^3$;
6) $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$ или $\left(2\frac{1}{3}\right)^2$?

**931.** Из числа $-2{,}5$ вычтите сумму чисел 3,7 и $-12{,}8$.

**932.** Из произведения чисел 1,25 и $-8$ вычтите число $-14{,}8$.

**933.** К частному от деления числа $-6{,}5$ на 13 прибавьте число 1,5.

**934.** Из частного чисел $-7{,}2$ и 1,2 вычтите сумму чисел 12,5 и $-8{,}5$.

**935.** Из числа $6^2$ вычтите разность чисел $-4\frac{3}{4}$ и $-5{,}5$.

**936.** Из суммы чисел $-5\frac{1}{4}$ и $-8\frac{5}{6}$ вычтите число 40,5.

**937.** Из суммы чисел 12,5 и $-25$ вычтите разность чисел 2,8 и $-5$.

**938.** Из произведения чисел $6\frac{5}{6}$ и $4\frac{3}{4}$ вычтите сумму чисел $-1{,}5$ и 2.

**939.** Из произведения чисел 125 и $-8$ вычтите частное чисел $-2$ и 0,4.

**940.** Из суммы чисел $\frac{7}{9}$ и $\frac{5}{8}$ вычтите произведение чисел $-2\frac{3}{4}$ и $-\frac{4}{5}$.

**941.** Из суммы чисел 12,5 и $-4$ вычтите частное чисел 4,2 и $-1{,}4$.

**942.** К частному от деления числа $-5{,}2$ на число $(-2)^2$ прибавьте сумму чисел 5,6 и $-4\frac{3}{4}$.

**943.** К частному от деления числа $-8{,}4$ на число 4 прибавьте разность чисел 1,4 и 1,7.

**944.** К частному от деления числа $(-2)^3$ и числа $-\frac{4}{5}$ прибавьте произведение чисел 12,5 и $-8$.

**945.** К произведению чисел $-1{,}4$ и $-0{,}4$ прибавьте частное от деления числа $-8{,}4$ на число $-1{,}4$.

**946.** К сумме чисел $-1{,}3$ и $-1{,}7$ прибавьте частное от деления числа $-9\frac{3}{5}$ и числа 1,6.

**947.** К разности чисел 3,7 и $2\frac{2}{5}$ прибавьте произведение чисел $-13$ и $-\frac{3}{10}$.

**948.** На сколько разность чисел $8\frac{1}{2}$ и $3\frac{1}{4}$ больше числа $-2{,}1$?

**949.** На сколько сумма чисел $-0{,}8$ и $-1\frac{1}{5}$ больше произведения чисел $-1\frac{1}{4}$ и $-4$?

**950.** На сколько разность чисел $1\frac{1}{4}$ и $\frac{5}{6}$ меньше частного от деления числа $-20$ на число $-2\frac{1}{2}$?

**951.** Найдите:

1) 16 % от 125000 крб.;
2) 13,5 % от 4,8 т;
3) 28 % от 90 км;
4) 1,5 % от 7,5 л;
5) 20 % от $45\frac{1}{2}$ км;
6) 3,5 % от 9,8 т;
7) 15 % от 270 кг;
8) 25 % от 430 га;
9) 30 % от 54 мин;
10) 75 % от 428 км;
11) 4,5 % от 45 м;
12) 6,5 % от 42 га.

**952.** Найдите число, если:

1) 24 % его составляет 16;
2) 2,5 % его составляет 7;
3) 12 % его составляет 7,2;
4) 8 % его составляет 16,4;
5) 48 % его составляет 24;
6) 9 % его составляет 9;
7) 99 % его составляет 990;
8) 99 % его составляет 9,9;
9) 12,5 % его составляет 7,5;
10) 0,3 % его составляет 3,6.

**953.** Какой процент составляют 5 ц от 10 ц; от 20 ц; от 25 ц?

**954.** Какой процент от 350 км составляют 35 км; 70 км; 140 км?

**955.** Какой процент 0,4 ч составляет от 2 ч; 0,3 ч; 1,2 ч?

**956.** Какой процент 20 а составляют от 2 га, 0,6 га, 2 кв. км?

**957.** Заполните таблицу 41 количества городского и сельского населения нескольких областей Украины.

*Таблица 41*

| Область | Количество населения, млн. чел. | Количество городского населения, млн. чел. | Городское население в % | Сельское население в % |
|---|---|---|---|---|
| Днепропетровская | 3,88 | | 83 % | |
| Донецкая | 5,3 | 4,77 | | |
| Закарпатская | 1,52 | | | 41 % |
| Львовская | 2,75 | | 51 % | |
| Одесская | 2,6 | | | 34 % |

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 14

### I вариант

**1°.** Выполните действия:

$$\left(2-\frac{1}{4}\cdot 7{,}2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right):1\frac{1}{19}.$$

**2°.** Вычислите значение выражения:

$a^3-b^2$ при $a=-1$, $b=-2$.

**3°.** Решите уравнение:

а) $\frac{7}{8}+(0{,}3-x)=\frac{17}{24}$;

б) $0{,}8:x=3{,}2:24$.

**4.** Найдите произведение корней уравнения $|x|=4$.

**5.** Выполните действия:

$$24{,}57\cdot\frac{2}{7}+\left(3{,}35-\frac{5}{8}\right)-(-15)^2:\frac{(-5)^2}{10}.$$

**6.** Найдите значение выражения:

$$-3{,}6+4\cdot\left(-1\frac{1}{2}n^2+2\right) \text{ при } n=-4.$$

**7.** Решите уравнение:

а) $-1{,}5\cdot\left(1+\frac{5}{9}k\right)=-0{,}4k+0{,}6$;

б) $x:\frac{1}{3}=1\frac{1}{5}:1{,}2$.

**8.** Найдите сумму всех целых решений неравенства: $|x|<100{,}4$.

II вариант

**1°.** Выполните действия:

$$\left(2\frac{1}{12}\left(-\frac{2}{5}\right)^2-2{,}5\right):\frac{4}{13}.$$

**2°.** Вычислите значение выражения:

$a^2+b^3$ при $a=2$, $b=-2$.

**3°.** Решите уравнение:

а) $5{,}4-\left(y+\frac{3}{4}\right)=6\frac{3}{5}$;

б) $2{,}8:0{,}14=m:0{,}6$.

**4.** Найдите сумму корней уравнения $|y|=5$.

**5.** Выполните действия:

$$5{,}1:(-2)^3+11\frac{9}{10}:14-127\cdot(-0{,}1)^2.$$

**6.** Найдите значение выражения:

$-0{,}3\cdot(4-c^2)+9{,}6c$ при $c=-3$.

**7.** Решите уравнение:

а) $-0{,}4\cdot\left(-\frac{1}{2}+3y\right)=2{,}6y+5{,}9$;

б) $\frac{5}{9}:y=\frac{1}{8}:3{,}75$.

**8.** Найдите сумму всех целых решений неравенства: $|y|<99{,}8$.

## 11.2. ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

**958.** В первый день вспахали 12,5 % поля общей площадью 260 га. Сколько гектаров поля осталось вспахать?

**959.** В магазин привезли 1,8 т овощей. В первый день продали 18,5 % овощей. Сколько овощей осталось в магазине?

**960.** Когда просушили 4,6 т зерна, масса его уменьшилась на 15 %. Какова масса зерна после просушивания?

**961.** Алена нашла 40 маслят, а лисичек — в 3 раза больше. Сколько процентов всех найденных грибов составляли маслята?

**962.** Мороженое содержит 14 % сахара. Сколько получили мороженого, если для его изготовления взяли 42 кг сахара?

**963.** За письменную работу четыре ученика получили «5», 21 ученик — оценку «4», а 15 учеников — оценку «3». Сколько процентов учащихся получили оценку «5», оценку «4» и оценку «3» в отдельности?

**964.** На одной чаше весов лежит арбуз, а на другой — треть такого же арбуза и гиря 2 кг. Весы находятся в равновесии. Какова масса арбуза?

**965.** Через три года Галя будет в 3 раза старше, чем теперь. Сколько лет ей теперь?

**966.** На 25 костюмов и 21 пальто израсходовали 144,25 м ткани. На каждый костюм пошло на 0,25 м ткани больше, чем на пальто. Сколько ткани расходовали на одно пальто и на один костюм?

**967.** В трех ящиках 90,6 кг шурупов. В первом ящике 28,5 кг, во втором на 2,7 кг больше, чем в третьем. Сколько килограммов шурупов в третьем ящике?

**968.** Масса гуся $4\frac{2}{15}$ кг, масса страуса в 3 раза больше. На сколько килограммов масса гуся меньше массы страуса?

**969.** В одном бидоне в 3 раза больше молока, чем во втором. Если из первого бидона перелить 4 л молока во второй, то в обоих бидонах молока станет поровну. Сколько молока в каждом бидоне?

**970.** На левую чашу весов поставили несколько гирь по 3 кг, а на правую — по 5 кг. Весы уравновешены. Сколько гирь на каждой чаше, если всего пришлось поставить 8 гирь?

**971.** Одна машинистка может напечатать рукопись за 4 ч, а вторая — за 12 ч. Какую часть рукописи они смогут напечатать за 1 ч, работая вместе?

**972.** Через первую трубу бассейн может наполниться за 8 ч, а через вторую — за 6 ч. Какая часть бассейна наполнится за 1 ч двумя трубами? Через какое время наполнится бассейн, если открыть обе трубы одновременно?

**973.** Через первую трубу бассейн может наполниться за 12 ч, а через вторую — за 24 ч. Какая часть бассейна наполнится за 1 ч двумя трубами? Через сколько времени наполнится бассейн, если открыть обе трубы одновременно?

**974.** Два тракториста могут вспахать поле за 8 ч. За сколько времени первый тракторист может вспахать сам это поле, если второму для этого нужно 24 ч?

**975.** Через большую трубу бассейн наполняется за 2 ч, а через меньшую из полного бассейна вся вода вытекает за 3 ч. Какая часть бассейна наполнится за 1 ч, если открыть обе трубы? За сколько часов наполнится пустой бассейн, если одновременно открыть обе трубы?

**976 *.** Крепость с трехтысячным гарнизоном оказалась в осаде. Солдаты имеют запасов провианта лишь на семь месяцев, но нет никакой надежды, что они смогут освободиться от осады раньше, чем через год. Спрашиваем: сколько можно оставить солдат в крепости, отпустив остальных, чтобы им хватило продовольствия на год? (Задача из сборника математики Феофана Прокоповича — ректора Киево-Могилянской Академии 1712—1716 гг.).

**977.** Из 52 ц пшеницы получают 41,6 ц муки. Сколько нужно взять пшеницы, чтобы получить 64,8 ц муки?

**978.** В 36 кг сои содержится 7,2 кг жиров. Найдите процент жира в сое.

**979.** Масса 24 л керосина составляет 19,2 кг. Какова масса 32 л керосина?

**980.** Стальной шарик объемом 6 $см^3$ имеет массу 46,8 г. Какова масса шарика из той же стали, если объем этого шарика 2,5 $см^3$?

**981.** В железной руде на 7 частей железа приходится 3 части примесей. Сколько тонн примесей было в руде, из которой выплавили 73,5 т железа?

**982.** Из 12 кг металла изготовили 8 деталей. Сколько деталей можно изготовить из 9 кг металла?

**983.** Для изготовления 8 приборов нужно 12 кг цветных металлов. Сколько цветных металлов нужно для изготовления 6 таких приборов?

**984.** Длина Кременчугского водохранилища 1260 км. Какой длины будет линия, изображающая это водохранилище на карте, изготовленной в масштабе 1 : 1 000 000? А на карте, изготовленной в масштабе 1 : 500 000?

**985.** Расстояние 125 км изображается на карте отрезком 5 см. Каким отрезком при этом масштабе будет изображено на карте расстояние 600 км?

**986.** Начертите квадрат со стороной 7 см и вписанную в него окружность, радиус которой 3,5 см, то есть окружность, касающуюся всех сторон квадрата. Вычислите и сравните их площади.

**987.** Периметр прямоугольника 64 см. Ширина его на 3 см меньше длины. Найдите стороны и площадь прямоугольника.

**988.** Начертите квадрат со стороной 6 см и вписанную в него окружность. Вычислите периметр квадрата и длину окружности. Сравните их. Вычислите и сравните их площади.

**989.** Длина основания прямоугольника 0,35 м, а длина его высоты на 0,5 м больше. Найдите периметр

в дециметрах и площадь прямоугольника в квадратных дециметрах.

**990.** Основанием прямоугольного параллелепипеда, объем которого равен 10 $м^3$, является квадрат с длиной стороны 0,5 м. Вычислите высоту параллелепипеда и площадь полной поверхности параллелепипеда.

**991.** В равнобедренном треугольнике, периметр которого 12 м, длина основания в 2,5 раза меньше каждой из его боковых сторон. Найдите длину каждой стороны треугольника.

**992.** Постройте в тетради треугольник $AMK$ с вершинами в точках: $A(-1; 1)$, $M(4; -3)$, $K(-2, -3)$. Вычислите его площадь.

**993.** Длина окружности равна 12,56 дм. Найдите радиус окружности. Вычислите площадь круга, ограниченного этой окружностью.

**994.** Найдите длину окружности и площадь круга, радиус которого равен: 1 дм, 12 см, 0,6 м.

**995.** Постройте в тетради квадрат $ABCD$, вершины которого находятся в точках: $A(0; 3)$, $B(4; 0)$, $C(1; -4)$, $D(-3; -1)$. Вычислите периметр и площадь этого квадрата.

**996.** Основанием прямоугольного параллелепипеда является квадрат со стороной 0,7 дм. Найдите высоту параллелепипеда, если объем его равен 0,49 $дм^3$.

**997.** Сколько нужно жести для изготовления цилиндрической банки, высота которой 0,8 дм, а диаметр 9 см?

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ № 15

I вариант

**1°.** Периметр прямоугольника 10,8 дм. Длина его на 1,5 дм больше ширины. Найдите площадь прямоугольника.

**2°.** Сколько выйдет муки при помоле 4,6 т пшеницы, если масса муки составляет 80 % массы пшеницы?

**3.** В двух ящиках 135 кг чая. 0,7 количества чая, что во втором ящике, составляет $\frac{7}{8}$ количества чая в первом. Сколько чая в каждом ящике?

**4.** Первая труба наполняет бассейн за 2 ч 30 мин, а вторая — за 3 ч 45 мин. За какое время обе трубы наполнят бассейн, если будут открыты одновременно?

II вариант

**1°.** Периметр прямоугольника 7,2 дм. Длина его в два раза больше ширины. Найдите площадь прямоугольника.

**2°.** Из сахарной свеклы выходит 15 % сахара. Сколько сахара выйдет из 56,5 т свеклы?

**3.** Отношение массы меди к массе цинка в латуни равно 1,5. Определите массу меди в куске латуни, если в нем $5\frac{22}{25}$ кг цинка.

**4.** Бассейн наполняется первой трубой за 8 ч, а через вторую трубу вся вода из него выливается за 9 ч. За какое время будет наполнен бассейн, если одновременно открыты обе трубы?

## 11.3. ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ

**998.** Брат старше сестры во столько раз, сколько ему лет. Сколько лет сестре?

**999.** Тимошенко нужно срочно добраться до вокзала. Он может вызвать такси, которое придется ожидать 24 мин, и ехать со скоростью 30 км/ч, а может идти пешком со скоростью 6 км/ч. Как ему лучше поступить, если расстояние от дома до вокзала: а) 2 км; б) 3 км; в) 5 км;

**1000.** В 12 часов дня со станции вышел поезд со скоростью 54 км/ч. В 13 часов того же дня по шоссе, идущему параллельно железной дороге, следом за ним выехал автомобиль. В 16 часов дня автомобиль догнал поезд. Какова скорость автомобиля? В котором часу

расстояние между поездом и автомобилем будет 3 км? Рассмотрите все возможные случаи. Решение задачи изобразите в виде схемы.

**1001.** Три плиты гранита имеют массу 156 кг. Первая плита на 18 кг тяжелее второй, а вторая на 15 кг легче третьей. Какова масса каждой плиты?

**1002.** В одной силосной яме 110 т силоса, а в другой 130 т. Когда из второй ямы взяли в два раза больше силоса, чем из первой, то в первой осталось на 5 т больше, чем во второй. Сколько тонн силоса взяли из каждой ямы?

**1003.** В одном резервуаре 840 л воды, а в другом $\frac{4}{7}$ того, что в первом. Из первого резервуара выливают за минуту в 3 раза больше воды, чем из второго. Через 5 мин в первом резервуаре останется на 40 л меньше воды, чем во втором. Сколько литров воды выливают за минуту из каждого резервуара? Через сколько минут в обоих резервуарах воды будет поровну? Через сколько минут в первом резервуаре будет в 2 раза меньше воды, чем во втором? Решив задачу, проверьте, удовлетворяет ли найденное решение условию задачи.

**1004.** В одной силосной яме 135 т силоса, а в другой 150 т. Из первой ямы ежедневно брали по 5 т, а из второй — по 7 т. Через сколько дней в первой яме силоса будет столько, сколько во второй? Через сколько дней в первой яме силоса будет на 20 т больше, чем во второй? Через сколько дней в первой яме силоса будет на 20 т меньше, чем во второй?

**1005.** Из Хмельницкого в Винницу вышел автомобиль со скоростью 60 км/ч. Через час следом за ним с такой же скоростью и в том же направлении вышел другой автомобиль, который достиг середины пути тогда, когда первый автомобиль уже прибыл в Винницу. Какое расстояние от Хмельницкого до Винницы?

**1006.** Мотоциклист проезжает расстояние от Луцка до Ривного за 3 ч, а велосипедист — за 6 ч. Через сколько

часов они встретятся, если выедут одновременно навстречу друг другу из Луцка и Ривного?

**1007.** Велосипедист едет из одного города в другой со скоростью 10 км/ч. Если бы он ехал со скоростью 12 км/ч, то приехал бы на 4 ч раньше. Какое расстояние между городами?

**1008.** Два автомобиля движутся навстречу друг другу. Скорость первого 80 км/ч, а скорость второго составляет $\frac{5}{6}$ скорости первого. Через сколько часов автомобили встретятся, если в начале движения расстояние между ними 432 км? Через какое время расстояние между автомобилями будет 4 км? Рассмотрите все возможные случаи. Решение задачи изобразите в виде схемы.

**1009.** Турист прошел половину всего пути и еще 5 км. После этого ему осталось пройти 10 км. Какова длина всего пути?

**1010.** Поезд проходит 84 км за 1,5 ч. Какое расстояние он пройдет с той же скоростью с 9 ч утра до 13 ч 30 мин в тот же день, если на остановки уйдет 48 мин?

**1011.** Из пункта $A$ в пункт $B$ вышел товарный поезд со скоростью 66 км/ч. Через 20 мин из пункта $A$ в том же направлении вышел пассажирский поезд со скоростью 90 км/ч. Через какое время товарный поезд должен сделать остановку, чтобы пропустить пассажирский? На каком расстоянии от пункта $A$ будет каждый из поездов через 20 мин, 40 мин, 60 мин, 75 мин после выхода товарного поезда из пункта $A$? Какое расстояние будет между поездами через 20 мин, 40 мин, 60 мин, 75 мин после выхода товарного поезда из пункта $A$? Покажите на рисунке, где будет каждый из поездов через 20 мин, 40 мин, 60 мин, 75 мин после выхода товарного поезда из пункта $A$.

**1012.** Автомобиль проехал расстояние между двумя городами со скоростью 60 км/ч и возвратился со скоростью 40 км/ч. Какова средняя скорость автомобиля?

**1013*.** Поезд проходит мимо телеграфного столба за 20 с, через мост длиной 80 м — за 25 с. Какое расстояние проходит поезд за 5 с? Какова длина поезда? Какова скорость поезда?

**1014.** Сколько нужно грузовых автомобилей для перевозки 1000 мешков муки, если в каждом мешке 70 кг муки, а каждый автомобиль может перевозить не больше 3 т?

**1015.** По дороге в противоположных направлениях едут два автомобиля со скоростью 70 и 80 км/ч. Через какое время расстояние между ними будет равно 15 км, если в данный момент оно составляет: а) 30 км; б) 45 км; в) 60 км? Рассмотрите все возможные случаи. Решение задачи изобразите в виде схемы.

**1016.** В магазин привезли огурцы, кабачки и перец. Масса огурцов составляет 20 % массы кабачков, а масса кабачков составляет 25 % массы перца. Во сколько раз масса перца больше массы огурцов?

**1017.** Две машины копали канаву. За день первая машина выполнила работ на 30 % больше второй. Какой длины канаву выкопали обе машины за день, если вторая машина выкопала часть канавы длиной 50 м?

**1018.** Из корзины взяли 50 % слив и еще 10 слив. Потом взяли еще 50 % слив, которые остались. После этого в корзине осталось 10 слив. Сколько слив было в корзине?

**1019.** Из свежих груш выходит 18 % сушеных. Сколько взяли свежих груш, если получили 45 кг сушеных?

**1020.** Из свежих слив выходит 35 % сушеных. Сколько взяли свежих слив, если получили 22,4 кг сушеных?

**1021.** Двое рабочих должны были изготовить одинаковое количество деталей. Но первый изготовил на 30 %, а второй — на 20 % больше, чем предусматривалось. На сколько процентов больше изготовили деталей оба рабочих вместе?

**1022.** С каждого из 450 га собрали по 38 ц пшеницы. При размалывании пшеница дает 90 % муки. При выпекании хлеба выходит 40 % припека. Сколько хлеба выйдет из собранной пшеницы?

**1023.** 1) Найдите 50 % от 888; 25 % от 44; 12,5 % от 88.

2) Найдите 888 % от 50; 44 % от 25; 88 % от 12,5. Какая разница между задачами 1) и 2)?

**1024.** Что больше $a$ % от $b$ или $b$ % от $a$?

**1025.** Благодаря рациональному раскрою рабочий из металлического листа вместо 20 деталей выкроил 35. Чему равен процент экономии металла?

**1026.** Цену товара сначала снизили на 20 %, потом новую цену снизили еще на 25 %, после чего цена товара составляла 120 тыс. крб. Какова была цена товара до ее снижения? На сколько процентов снизилась цена товара?

**1027.** Основанием прямоугольного параллелепипеда является квадрат с длиной стороны 2,5 дм. Найдите высоту параллелепипеда, если его объем равен 10 дм$^3$.

**1028.** Основанием прямоугольного параллелепипеда, объем которого равен 20 м$^3$, является квадрат с длиной стороны 1,5 м. Найдите высоту этого параллелепипеда.

**1029.** Есть материал для изготовления 60 м ограды. Ширина прямоугольного участка равна 15 м. Какую площадь имеет этот участок, если он примыкает к заводской стене?

**1030.** Начертите несколько параллелограммов со сторонами 8 см и 5 см. Вычислите площади начерченных параллелограммов. Сравните площади начерченных параллелограммов. Среди них найдите параллелограмм наибольшей площади.

**1031.** Начертите несколько треугольников со сторонами 3 см и 5 см. Сравните площади начерченных треугольников. Найдите среди них треугольник наибольшей площади.

**1032.** Какого вида должен быть треугольник со сторонами 5 см и 7 см, чтобы площадь была наибольшей? Вычислите площадь такого треугольника.

**1033.** На рисунке 142 изображен план земельного участка в масштабе 1:500. Определите его площадь. Размеры даны в миллиметрах.

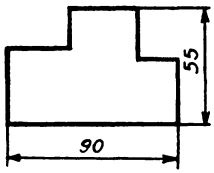



Рис. 142

**1034.** Две лестницы, имеющие одинаковую высоту 1,8 м и основание 2,4 м, покрыты ковровыми дорожками (рис. 143). Одинакова ли длина этих дорожек, если одна лестница имеет 12, а другая — 9 ступенек? Можно ли по этим данным вычислить длину ковровой дорожки?

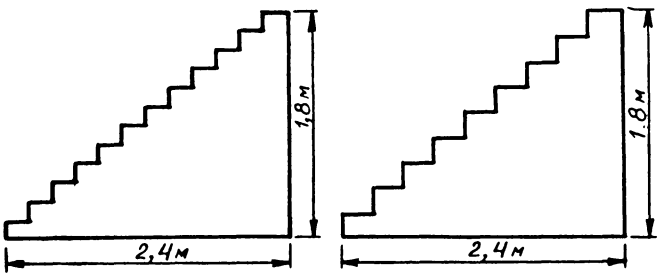



Рис. 143

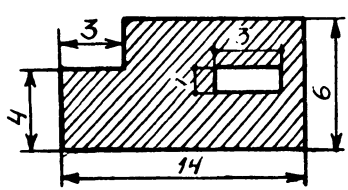



Рис. 144

**1035.** На рисунке 144 изображен план участка. Чему равна площадь этого участка (в арах, в квадратных метрах), если масштаб этого плана 1:1000?

**9.** 180 тыс. крб.; 360 тыс. крб.; 900 тыс. крб.; 18 млн. крб. **10.** 8 кг. **11.** 13 кг. **12.** 0,87 кг. **13.** 22,5 кг. **15.** 2,675 кг. **17.** 2 ч. **18.** 2 ч. **19.** 249 станков. **20.** 192 страницы. **21.** 54. **22.** В шестых классах. **23.** 31,5 %. **24.** Уменьшится на 4 %. **31.** 48 кг. **32.** 50 кг. **33.** $66\frac{2}{3}$ кг. **34.** 62,5 кг. **35.** 40 кг. **36.** 5 т. **37.** 5 т. **39.** $2\frac{3}{11}$ кг. **40.** $\approx 144{,}92$ кг. **41.** На 432. **42.** 150°. **43.** 20 га. **44.** $\approx 240$ кг. **46.** 200 %; 300 %. **47.** а) 500 %; б) 700 %; в) 50 %; г) $66\frac{2}{3}$ %. **59.** 5 %. **60.** 15,2 %. **61.** 85 %. **64.** 10 %. **65.** $\approx 5$ %. **66.** $\approx 11{,}5$ %; $\approx 88{,}5$ %. **67.** 33,2 %; 38,6 %; 23,6 %. **68.** 166,6 %. **69.** На 21 %. **70.** Уменьшится на 1 %. **84.** На 290,9 т. **85.** 7,09 кг. **86.** 11 %; 22 %; 67 %. **87.** 15,2 %. **88.** 25 досок. **89.** 50,575 $м^3$. **90.** 0,34 %. **91.** 5,97 т. **92.** 70 кг; 30 кг; 20 кг; 8 кг; 0,2 кг. **93.** 378 т. **96.** 7600 крб.; 6700 крб.; 27 436 крб. **97.** 7600 крб.; 9200 крб.; 62985,6 крб. **98.** 31,08 т. **102.** 90°. **103.** $AB \leqslant 7$ км. **107.** 48°, 138°. **108.** От точки $A_3$. **109.** От точки $A_4$. **118.** Три. **119.** 50 см. **120.** 0,6 м; 0,8 м. **121.** 3 см. **124.** 22 см. **127.** 24 $см^2$. **130.** $h = 3$ см. **132.** Прямоугольник. 32 $см^2$. **134.** 720 $м^2$. **135.** 4,88 га. **138.** 40 см, 50 см, 200 $см^2$. **140.** 50 $см^2$. **141.** 11 $см^2$. **143.** 50,784 $см^2$. **145.** $\approx 43{,}95$ ц. **146.** $\approx 5{,}66$ га. **150.** 6 $дм^2$, 9 $дм^2$. **154.** 42,4 $м^3$. **157.** 11 $см^2$ и 12,75 см. **158.** 416 $см^2$, 408 $см^3$. **162.** 256 $см^3$. **163.** 176,8 $см^3$. **164.** 2 592 100 $м^3$. **173.** 2; 3; 6; 9; 18; 27. **174.** Через 18 ч. **182.** а) 9 876 543 210. **183.** а) 1 023 456 798; б) 1 023 467 895; в) 1 234 567 890. **184.** а) 999; б) 998; в) 997. **194.** а) 102; б) 102; в) 105; г) 108; д) 120. **220.** 60,75 $см^2$. **221.** $1\frac{13}{32}$ $м^3$. **230.** 963. **232.** а) $5775 = 75 \cdot 7 \cdot 11$; б) $805 = 23 \cdot 5 \cdot 7$. **236.** В 2 раза. **238.** 20 квадратов, 12 см$\times$12 см. **239.** 105 кубов, 6 см$\times$6 см$\times$6 см. **243.** 12 м. **244.** 120 карандашей. **245.** 3 оборота. **246.** 48 см. **247.** Наибольшее — 999; наименьшее — 104. **248.** 100; 991. **250.** 80 подарков: 1 апельсин, 3 конфеты, 4 ореха. **251.** Через 6 ч, через 6 ч, через 3 ч,

через 3 ч. **263** На 30. **277.** $\frac{3}{60}$; $\frac{4}{60}$; $\frac{5}{60}$. **280.** $\frac{15}{40}$ м $<$ $\frac{16}{40}$ м. 7 и 9 распилов. **281.** Первая труба за 7 ч дает меньше воды, чем вторая труба за 6 ч. **285.** а) $3\frac{17}{24}$; б) 97,2; в) $14\frac{17}{24}$; г) $\frac{41}{60}$; д) $15\frac{31}{40}$; е) 8,45. **286.** а) 14; б) 15,05; в) $1\frac{1}{7}$; г) $16\frac{7}{8}$; д) $9\frac{2}{8}$; е) $4\frac{17}{120}$. **287.** а) 7,4; б) $7\frac{38}{45}$; в) 7; г) $4\frac{5}{6}$. **296.** 169,8 м. **297.** 11,25 кг; 20,75 кг. **298.** а) 11,5; б) $4\frac{19}{24}$; в) $7\frac{23}{120}$; г) $15\frac{11}{30}$; д) 4,35; е) $8\frac{7}{12}$. **301.** $10\frac{43}{60}$ м. **302.** $\frac{13}{30}$. **303.** $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$. **304.** 0,3. **305.** а) 5,6 м; б) 7,95 м. **307.** 22 м. **309.** Уменьшится в 2 раза. **310.** Значение правильной увеличится, а неправильной — уменьшится. **314.** а) 1,7; б) 2,1; в) 2,8; г) 0,35. **315.** 3,8 м. **319.** 43,3 м. **320.** 5,3 дм$^2$. **323.** а) $1\frac{1}{2}$; б) $4\frac{3}{4}$; в) $4\frac{1}{3}$; г) 2; д) $1\frac{1}{3}$; е) $5\frac{1}{3}$; ж) $\frac{5}{12}$; з) $2\frac{3}{4}$; и) $3\frac{1}{2}$. **326.** а) $91\frac{1}{2}$; б) 28; в) 62; г) $\frac{5}{16}$; д) $\frac{5}{18}$; е) $1\frac{11}{28}$. **332.** 10,3 м. **333.** 1236 м. **335.** 176 м; 1536 м$^2$. **336.** 268 м. **338.** 9; 16. **339.** 48; 24. **340.** 70,25 см; 49,75 см. **341.** 29,33 м. **342.** 12,91 см. **343.** 36 га. **344.** а) $15\frac{7}{12}$; б) $64\frac{59}{70}$; в) $2\frac{13}{21}$; г) 4; д) $13\frac{4}{7}$. **345.** а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{25}{72}$; в) $18\frac{1}{4}$; г) $\frac{19}{120}$; д) $\frac{15}{32}$; е) $8\frac{6}{125}$. **346.** а) 3; б) 1; в) $1\frac{131}{600}$. **347.** а) 2; б) 2; в) 7; г) 5; д) $4\frac{12}{17}$ или 6,5. **350.** 216. **351.** 850. **352.** 520 км. **354.** 3 ц. **355.** 4252,5 ц. **356.** 2430 т. **369.** а) 8; б) $\frac{3}{5}$; в) $1\frac{1}{6}$; г) 4,5; д) $2\frac{6}{7}$; е) $\frac{21}{64}$. **375.** а) $\frac{5}{9}$; б) $4\frac{7}{55}$; в) 29; г) 3,3. **376.** 0,6; 1,2; 1 ч 40 мин. **377.** 18,2. **378.** 595; 935; 170. **379.** $3\frac{105}{116}$ км/ч. **380.** 47,75 км/ч. **381.** $10\frac{2}{7}$ дня. **396.** 490 га. **397.** 1080 крб. **398.** 252 с. **399.** 390 ц. **400.** 1 ч 30 мин. **401.** 26 км. **402.** $2\frac{6}{13}$ кг $\approx$2,46 кг. **403.** 125 кг. **404.** $66\frac{2}{3}$ т. **405.** 17,5 т. **406.** а) $1\frac{11}{54}$; б) 94,8; в) 20,8; г) $3\frac{43}{200}$; д) $8\frac{503}{800}$; е) 8,1; ж) $113\frac{7}{16}$; з) 9,975.

**407.** а) $\frac{4}{3} < \frac{5}{3}$; б) $4{,}1 > 2{,}35$; в) $12 > \frac{1}{12}$; г) $2\frac{65}{12} > 2\frac{49}{120}$; д) $1 = 1$. **408.** а) 28; б) $1\frac{2}{3}$; в) 2; г) $3\frac{1}{6}$; д) $4\frac{1}{3}$; е) 69,75; ж) 1; з) 4,5. **409.** а) $1\frac{5}{12}$; б) $\frac{8}{15}$; в) 18,3; г) $3\frac{13}{40}$. **410.** а) $12\frac{13}{14}$; б) $57\frac{1}{7}$; в) 110; г) $4\frac{5}{6}$; д) $7\frac{1}{9}$; е) 280. **414.** а) 4,6; б) $\frac{311}{318}$; в) 5,12; г) $6\frac{192}{395}$; д) 11,3; е) 2; ж) 0,04; з) $15\frac{15}{16}$; и) 3. **416.** а) 1,375; б) 54,85; в) 3,2; г) 2,5. **417.** а) $\frac{5}{8}$; б) $12\frac{1}{4}$; в) 2,35; г) $2\frac{23}{40}$. **422.** 123 км. **424.** 1530 чел. **425.** а) $4\frac{55}{72}$; б) $3\frac{1}{72}$; в) $\frac{124}{219}$; г) $2\frac{15}{157}$; д) $1\frac{109}{126}$. **426.** 80. **427.** 378. **428.** 420. **429.** $121\frac{11}{18}$. **430.** 77. **432.** 499,9. **434.** а) $\frac{5}{6}$; б) $\frac{5}{6}$; в) $\frac{19}{20}$; г) $\frac{99}{100}$; д) $\frac{49}{50}$. **441.** 9 км. **442.** 50. **443.** $\approx 41{,}4$ %. **444.** 288 га. **445.** 0,2 га; 210 м. **446.** 13,5 га. **447.** 120 т. **448.** 180 км. **449.** 0,3 кг; 0,36 кг. **450.** 174 тыс. крб.; 261 тыс. крб. **451.** 32,7°; 147,3°. **452.** 33,3 см; 12,8 см; 13,9 см. **453.** 63*а*. **454.** 33,75 см$^2$. **455.** 4,3 км; 7,4 км. **456.** 13,25 км/ч; 1,25 км/ч. **457.** $8\frac{3}{8}$; $6\frac{5}{6}$. **458.** $2\frac{17}{20}$ тыс. км$^2$, $1\frac{11}{20}$ тыс. км$^2$. **461.** 18 ч 6 мин. **462.** $\approx 41{,}6$ км/ч. **463.** 2 ч 20 мин. **464.** 21,6 км. **465.** 7 ч 25 мин. **466.** 1,5 ч. **467.** 20 ч. **468.** $\frac{1}{7}$. **469.** 1100 км. **470.** 1250 км; 750 км/ч. **471.** 103,36 м$^2$. **472.** 1,89 т. **473.** 30 мужчин; 24 женщины. **474.** 36; 60. **475.** 79,2 м; 66 м. **476.** 3 кг; 3,75 кг. **477.** 61,5 кг; 71,5 кг; 74 кг. **478.** $30\frac{44}{60}$ м; $26\frac{59}{60}$ м; $23\frac{47}{60}$ м. **479.** 18,35 м; 11,75 м; 12,65 м. **480.** 440 км/ч. **481.** 640,125 км. **482.** $129\frac{2}{3}$ км. **483.** 115 200 м$^3$. **484.** 3,888 т. **485.** 1532,16. **486.** 13,5 м$^3$. **487.** 666,6 м. **488.** 4,7 ч. **489.** 10 ч. **490.** $\frac{5}{8}$. **505.** $34 \times 22$ см. **506.** 1:6 000 000. **511.** 32 км. **512.** 80 м$^2$ **518.** 19,5 г. **519.** 1,7 кг. **520.** 18 кг. **521.** 36 костюмов. **527.** 249 ч 40 мин, или 10 дней 9 ч 40 мин. **528.** 96 болтов. **529.** 11,6 ц. **530.** 40 т. **531.** 3,99 ц. **532.** 15,55 ц. **533.** 12 м$^3$. **534.** 56 каменщиков. **535.** 225 дней. **536.** 3 ч 20 мин. **537.** 17 вагонов. **538.** 116 об/мин. **539.** 480 рельсов. **540.** 80 кг; 64 кг. **541.** 3,6 кг извести; 2,4 кг муки; 2,4 кг масляного лака. **542.** 2,5 кг; 0,2 кг; 0,1 кг. **543.** 158,4 г; 316,8 г; 316,8 г. **544.** 0,6 л; 4,8 г. **545.** 298,48 кг; 58,24 кг; 7,28 кг. **550.** 7 ч 39 мин. **551.** 20 кг. **552.** $\approx 5{,}33$ т. **553.** 2160 м$^3$. **554.** $\approx 213{,}3$ т.

**555.** 576 сторон. **556.** 1,2 м. **557.** 75 с., 20 %, 40 %, 40 %. **565.** 5 см. **566.** 7 см, 33 см. **574.** $\approx 5{,}28$ м. **575.** 6,5 раза. **577.** $\approx 0{,}32$ см. **578.** л см. **579.** На 2. **580.** $\approx 75$ ч 20 мин. **594.** 21,5 %. **595.** $\approx 14$ см. **601.** 190 л см$^2$; 350 л см$^3$. **602.** 44 см $\times$ 14 см. **603.** 408,2 см$^2$; 628 см$^3$ **604.** а) 414,5 см$^2$; б) 483,6 см$^2$. **605.** а) 10,5 дм$^3$; б) 7,5 дм$^3$. **606.** 314 см$^3$. **607.** 18,08 дм$^3$. **608.** 4,71 м$^3$. **609.** 16,9 т. **612.** 27. **613.** 20,6 дм$^2$. **615.** а) 514 457 600 км$^2$; б) 154 337 280 км$^2$; в) 40,192 км. **616.** $\approx 4{,}2$ дм$^3$. **652.** а) 2,5; б) 2,8; в) 181,8; г) 3,15; д) 45; е) 280. **660.** Оба мальчика проехали одинаковое количество этажей. **742.** а) 19,8; б) $-100$; в) 16; г) $-9{,}5$; д) $-11$; е) 13,3. **743.** а) 14,25; б) $-161$; в) 20; г) $-20$; д) $-32{,}7$; е) 100. **744.** а) $-0{,}5$; б) $-6\frac{2}{7}$; в) $3\frac{19}{24}$; г) $-15\frac{1}{12}$. **745.** 7. **746.** $-274$. **749.** а) 17,5; б) 0,49; в) 10,59. **779.** На первом этаже; 78,3 км. **787.** а) 2,7; б) 5,3; в) 11,5; г) $-5{,}3$; д) $22\frac{19}{24}$; е) 36. **790.** 19 км. **791.** 0 км. **792.** 11 км. **793.** $|l-v-u|$ км. **804.** а) 12; б) $-4$; в) $-3{,}5$; г) $2\frac{2}{3}$; д) $4\frac{5}{6}$. **805.** а) $\frac{184}{425}$; б) $-3\frac{2}{3}$; в) $-\frac{14}{15}$; г) $-2\frac{11}{12}$; д) $-4\frac{7}{8}$. **806.** а) $-13{,}88$; б) $-2\frac{1}{20}$; в) $-6{,}65$; г) $\frac{307}{875}$; д) $-3{,}75$. **807.** а) $-1\frac{19}{30}y-\frac{11}{35}$; б) $3\frac{2}{3}x-3{,}4$; в) $-12k-2$; г) $\frac{3}{4}-$ $-1\frac{5}{6}m$; д) $8{,}5a-2\frac{61}{90}$. **854.** 4,88. **855.** 10. **860.** $\approx 5$ ч 27,6 мин. **861.** 1,5 дм$^2$. **862.** 3 ч. **863.** 15 км/ч. **872.** а) $-3{,}3$; б) 35; в) $2\frac{2}{15}$; г) 8,3; д) решения нет; е) множество решений; ж) 3; 4; з) 3,6; $-2$. **879.** 0,4; $-9{,}2$; **880.** 4,98; 19,92. **887.** 14. **889.** 250 кг. **890.** 160 км/ч. **893.** $16\frac{2}{3}$ т; 15 т; $8\frac{1}{3}$ т. **900.** 6. **903.** $\frac{9}{25}$. **904.** $2\frac{5}{6}$. **906.** 270 км; 67,5 км. **907.** 325 км; 75 км. **908.** 60 км; 12,5 км/ч. **909.** 3 часа тому назад. **910.** $14-7t$. **911.** Через 4 года, 2 года тому назад. **912.** а) Через 34 ч; б) В данное время; в) 2 ч тому назад. **913.** а) Через 5 дней; б) 20 дней тому назад; в) Такого быть не может. **915.** Через 2 ч; через 1 ч и через 3 ч. **916.** 4 км/ч, 24 км или 20 км. **918.** 1) $-4\frac{1}{64}$; 2) $\frac{19}{24}$; 3) 0,28; 4) 18; 5) 3,85. **921.** 1) 2,3; 2) 65,7; 3) 1,5; 4) $-36$; 5) 3,2; 6) $-4\frac{6}{7}$. **925.** 1) 2,5; 2) $-0{,}25$; 3) $1\frac{1}{6}$; 4) 0,9; 5) $-0{,}5$; 6) $-1{,}7$; 7) 1,7; 8) 0,7; 9) $-0{,}3$; 10) $-1$; 11) 15; 12) $-7$; 13) $-17{,}5$; 14) 7,5; 15) 30,25; 16) $-1\frac{1}{3}$. **926.** 1) $-3$; 2) $-5$; 3) $\frac{9}{80}$; 4) $-2$; 5) $-8$; 6) 1; 7) 0; 8) $-9$; 9) 2; 10) $-2$; 11) $-2$; 12) 8. **964.** 3 кг. **965.** 1,5 р. **966.** 3 м; 3,25 м. **967.** 29,7 кг. **969.** 12 л, 4 л. **970.** 5 по 3 кг и 3 по 5 кг. **971.** $\frac{1}{3}$ часть. **972.** $3\frac{3}{7}$ ч. **973.** 8 ч. **974.** 12 ч. **975.** 6 ч. **976.** 1750. **977.** 81 ц.

**978.** 20 %. **979.** 25,6 кг. **980.** 19,5 г. **981.** 31,5 т. **982.** 6 деталей. **983.** 9 кг. **985.** 24 см. **989.** 24 дм, 29,75 $дм^2$. **990.** 40 м, 80,5 $м^2$. **991.** 5 м, 5 м, 2 м. **992.** 10 кв. ед. **993.** 12,56 $дм^2$. **995.** 20,25. **996.** 1 дм. **997.** 112,5 л $см^2$. **998.** 1 год. **999.** а) Идти пешком; в) Вызвать такси. **1000.** 72 км/ч; 15 ч 50 мин, 16 ч 10 мин. **1001.** 59 кг; 41 кг; 56 кг. **1002.** 25 т, 50 т. **1003.** 120 л и 40 л, через 4 мин, 90 с тому назад. **1004.** 7,5 дн., 12 дн., 5 дней тому назад. **1005.** 120 км. **1006.** Через 2 ч. **1007.** 240 км. **1008.** $2\frac{52}{55}$ ч, $2\frac{101}{110}$ ч и $2\frac{107}{110}$ ч. **1009.** 30 км. **1010.** 207,2 км. **1011.** 1 ч 15 мин. **1012.** 48 км/ч. **1013.** 320 м, 54 км/ч. **1014.** 3 автомобиля. **1015.** а) 6 мин и 18 мин; б) 12 мин и 24 мин; в) 18 мин и 30 мин. **1017.** 115 м. **1018.** 60 слив. **1019.** 250 кг. **1020.** 64 кг. **1021.** На 25 %. **1022.** 2154,6 т. **1026.** 200 тыс. крб., 40 %. **1027.** 1,6 дм. **1029.** 4,5 а.

## СОДЕРЖАНИЕ

Вступление . . . . . 3

ГЛАВА I. ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

1. ПРОЦЕНТЫ

1.1. Понятие о процентах . . . . . 5
1.2. Нахождение процентов от данного числа . . . . . 6
1.3. Нахождение числа по проценту . . . . . 6
1.4. Нахождение процентного отношения двух чисел . . . . 8
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 11
Задачи и упражнения . . . . . 11
Разные задачи на процентные расчеты . . . . . 21
Письменная работа для самопроверки № 1 . . . . . 23

2. ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ. МНОГОГРАННИКИ

2.1. Перпендикулярные прямые . . . . . 24
2.2. Параллельные прямые . . . . . 26
2.3. Виды четырехугольников . . . . . 28
2.4. Площадь треугольника и параллелограмма . . . . . 29
2.5. Площадь трапеции . . . . . 31
2.6. Прямая призма . . . . . 33
2.7. Пирамида . . . . . 35
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 37
Задачи и упражнения . . . . . 38
Письменная работа для самопроверки № 2 . . . . . 48

3. ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

3.1. Признаки делимости на 2, 5 и 10 . . . . . 49
3.2. Признаки делимости на 9 и 3 . . . . . 50
3.3. Простые и составные числа . . . . . 51
3.4. Степень . . . . . 52
3.5. Разложение натуральных чисел на простые множители . . 54
3.6. Наибольший общий делитель . . . . . 55
3.7. Наименьшее общее кратное . . . . . 56
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 57
Задачи и упражнения . . . . . 58
Письменная работа для самопроверки № 3 . . . . . 65

4. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

4.1. Основное свойство дроби . . . . . 66
4.2. Сравнение обыкновенных дробей . . . . . 69
4.3. Приведение дробей к общему знаменателю . . . . . 70

4.4. Сложение и вычитание дробей . . . . . 72
4.5. Обращение обыкновенных дробей в десятичные . . . . . 74
4.6. Десятичные приближения обыкновенной дроби . . . . . 74
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 76
Задачи и упражнения . . . . . 76
Письменная работа для самопроверки № 4 . . . . . 88

5. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

5.1. Умножение обыкновенных дробей . . . . . 89
5.2. Взаимно обратные числа . . . . . 92
5.3. Деление дробей . . . . . 93
5.4. Нахождение числа по его дроби . . . . . 94
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 95
Задачи и упражнения . . . . . 96
Письменная работа для самопроверки № 5 . . . . . 110
Упражнения на все действия с дробями . . . . . 111
Письменная работа для самопроверки № 6 . . . . . 119
Задачи на все действия . . . . . 121
Письменная работа для самопроверки № 7 . . . . . 128

6. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ

6.1. Отношение величин и их свойства . . . . . 129
6.2. Пропорции . . . . . 131
6.3. Прямая и обратная пропорциональность . . . . . 132
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 134
Задачи и упражнения . . . . . 135
Письменная работа для самопроверки № 8 . . . . . 143

7. КРУГЛЫЕ ТЕЛА

7.1. Длина окружности . . . . . 144
7.2. Площадь круга . . . . . 146
7.3. Цилиндр . . . . . 148
7.4. Конус . . . . . 149
7.5. Шар . . . . . 151
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 153
Задачи и упражнения . . . . . 154
Письменная работа для самопроверки № 9 . . . . . 161

ГЛАВА II. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

8. НАПРАВЛЕНИЯ И ЧИСЛА

8.1. Положительные и отрицательные числа . . . . . 163
8.2. Координатная прямая . . . . . 165
8.3. Модуль числа . . . . . 166
8.4. Центральная симметрия . . . . . 167

8.5. Сравнение чисел . . . . . 171
8.6. Прямоугольная система координат . . . . . 172
8.7. Осевая симметрия . . . . . 175
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 177
Задачи и упражнения . . . . . 179
Письменная работа для самопроверки № 10 . . . . . 195

## 9. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

9.1. Сложение рациональных чисел . . . . . 197
9.2. Свойства сложения . . . . . 200
9.3. Вычитание рациональных чисел . . . . . 201
9.4. Раскрытие скобок . . . . . 203
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 204
Задачи и упражнения . . . . . 204
Письменная работа для самопроверки № 11 . . . . . 217

## 10. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

10.1. Умножение . . . . . 219
10.2. Степень . . . . . 222
10.3. Переместительное, сочетательное и распределительное свойства умножения . . . . . 223
10.4. Коэффициент . . . . . 224
10.5. Деление . . . . . 225
10.6. Основные свойства уравнений . . . . . 227
Вопросы для самопроверки и повторения . . . . . 230
Задачи и упражнения к п. 10.1—10.5 . . . . . 231
Письменная работа для самопроверки № 12 . . . . . 244
Задачи и упражнения к п. 10.6 . . . . . 245
Решение задач с помощью уравнений . . . . . 253
Письменная работа для самопроверки № 13 . . . . . 257

## 11. ПОВТОРЕНИЕ

11.1. Упражнения для повторения . . . . . 258
Письменная работа для самопроверки № 14 . . . . . 266
11.2. Задачи для повторения . . . . . 268
Письменная работа для самопроверки № 15 . . . . . 271
11.3. Задачи повышенной сложности . . . . . 272
Ответы . . . . . 278

**Навчальне видання**

*ЛИТВИНЕНКО ГРИГОРІЙ МИКОЛАЙОВИЧ*
*ВОЗНЯК ГРИГОРІЙ МИХАЙЛОВИЧ*

**МАТЕМАТИКА**

**ПРОБНИЙ ПІДРУЧНИК ДЛЯ 6 КЛАСУ СЕРЕДНЬОЇ ШКОЛИ**

*Допущено Міністерством освіти України*

Переклад з української

**Завідуючий** редакцією природничо-математичного циклу *М. Ю. Зубченко.* **Редактор** *В. М. Кириченко.* Художник обкладинки *О. В. Пермяков.* Художній редактор *Н. О. Костинська.* Технічний редактор *Ц. Б. Федосіхіна.* Коректори *Л. С. Бобир, Г. А. Зацерковна.*

**Здано** до фотонабору 22.01.96. Підписано до друку 28.03.96. **Формат** 84×108/32. **Папір** друкарський. **Гарнітура** шкільна. Друк високий з ФПФ. **Умовн.** друк. арк. 15,12. **Умовн.** фарбо-відб. 15,54. **Обл.-вид.** арк. 12,76. **Тираж** 10 000 пр. **Вид.** № 35937. **Замовлення** 6-29.

**Видавництво** «Освіта».
254053, Київ, Ю. Коцюбинського, 5.

**Свідоцтво** № 22858060 від 28 жовтня 1994 р.

**Книжкова фабрика** ім. М. В. Фрунзе.
310057, Харків, Донець-Захаржевського, 6/8.

**Литвиненко Г. М., Возняк Г. М.**

Л64 Математика: Проб. підруч. для 6 кл. серед. шк. — Пер. з укр. — К.: Освіта, 1996. — 285 с.

ISBN 5-330-03152-4.

Л $\frac{4306020500-070}{210-96}$ ББК 22.1я721

## ДОРОГИЕ РЕБЯТА!

Книга — источник знаний. Учебник, которым вы пользуетесь,— источник знаний не только для вас. Им будут пользоваться и ваши младшие товарищи. Бережно относиться к учебнику, и не только к нему, а и к любой книге,— долг каждого школьника.

Берегите учебник — он ваш верный помощник и советчик!

### СВЕДЕНИЯ О СОСТОЯНИИ УЧЕБНИКА

| № п/п | Фамилия и имя ученика | Учебный год | Состояние учебника | | Оценка |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | в начале года | в конце года | |
| 1 | | | | | |
| 2 | | 19.../... | | | |
| 3 | | 19.../... | | | |
| 4 | | 19.../... | | | |

Г. Н. ЛИТВИНЕНКО
Г. М. ВОЗНЯК

# МАТЕМАТИКА

ПРОБНЫЙ УЧЕБНИК
ДЛЯ 6 КЛАССА
СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

*Допущено Министерством образования Украины*

Перевод с украинского

КИЕВ «ОСВІТА» 1996